



TOÁN LỚP 7

CHỦ ĐỀ: TỈ LỆ THỨC. DẪY TỈ SỐ BẰNG NHAU.

A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Tỉ lệ thức.

1.1. Tỉ lệ thức là đẳng thức giữa hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Trong đó: a, b, c, d là các số hạng.

a, d là ngoại tỉ

b, c là trung tỉ.

1.2. Tính chất của tỉ lệ thức:

* Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Thì $a \cdot d = b \cdot c$

* Nếu $a \cdot d = b \cdot c$ và a, b, c, d $\neq 0$ thì ta lập được các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} ; \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d} ; \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a} ; \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

2. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

2.1. Tính chất:

Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ ta suy ra:

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \frac{a+b+c}{x+y+z} = \frac{a-b+c}{x-y+z} = \frac{a-b-c}{x-y-z}$$

(Với giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)

2.2. Chú ý:

Khi có dãy tỉ số $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ ta nói các số a, b, c tỉ lệ với các số x, y, z

=> Ta còn viết $a : b : c = x : y : z$.

3/ Kiến thức bổ sung

3.1. Luỹ thừa của một thương:



$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad \text{Với } n \in \mathbb{N}, x \neq 0 \text{ và } x, y \in \mathbb{Q}.$$

2. Một số tính chất cơ bản:

$$* \frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m} \quad \text{Với } m \neq 0.$$

$$* \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b.n} = \frac{c}{d.n} \quad \text{Với } n \neq 0.$$

$$* \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{c}{d}\right)^n \quad \text{Với } n \in \mathbb{N}.$$

B/ CÁC DẠNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: Xác định số trung tỉ, ngoại tỉ của các tỉ lệ thức.

Ta có tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ hay $a:b=c:d$

$\Rightarrow a, d$ là ngoại tỉ b, c là trung tỉ.

Bài 1: Chỉ rõ ngoại tỉ, trung tỉ của các tỉ lệ thức sau

a) $\frac{-5,1}{8,5} = \frac{0,69}{-1,15}$ b) $\frac{6\frac{1}{3}}{35\frac{3}{4}} = \frac{14\frac{2}{3}}{80\frac{2}{3}}$

c) $-0,375 : 0,875 = -3,63:8,47$

DẠNG 2: Lập tỉ lệ thức.

Ta có hai tỉ số $a:b$ và $c:d$

Nếu $a.d = c.b$ thì ta lập được tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Bài 1: Các tỉ số sau có lập thành tỉ lệ thức không?

a) $(-0,3):2,7$ và $(-1,17) : 15,39$

b) $4,86 : (-11,34)$ và $(-9,3):21,6$

ĐS: a) vì $(-0,3).15,39 = (-1,17).2,7$ nên lập được tỉ lệ thức.

b) Không lập được tỉ lệ thức.



Bài 2: Có thể lập được tỉ lệ thức từ các số sau không?

a) 1,05 ; 30 ; 42 ; 1,47

b) 2,2 ; 4,6 ; 3,3 ; 6,7

ĐS: a) $1,05.42 = 30.1,47 (=44,1) \Rightarrow$ Lập được tỉ lệ thức

b) Tích các cặp số đều khác nhau nên không lập được tỉ lệ thức nào.

Bài 3: Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các đẳng thức sau:

a) $7.(-28) = (-49).4$

b) $0,36.4,25 = 0,9.1,7$

c) $6 : (-27) = \left(-6\frac{1}{2}\right) : 29\frac{1}{4}$

Bài 4: Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ các số sau: 5 ; 25 ; 125 ; 625

ĐS: Ta có đẳng thức: $5.625 = 25.125$, từ đó viết được bốn tỉ lệ thức.

DẠNG 3: Tìm số chưa biết trong tỉ lệ thức hoặc dãy tỉ số bằng nhau.

* Với bài toán tìm một biến x từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a:b=c:d \Rightarrow x = \dots$

* Với bài toán tìm hai hay nhiều biến từ tỉ lệ thức hoặc dãy tỉ số bằng nhau:

+ Ta thường biến đổi về dạng: $\frac{k_1x}{a_1} = \frac{k_2y}{a_2} = \dots$

+ Thực hiện nhân cả tử và mẫu với cùng một số để xuất hiện từng số hạng chứa biến trong biểu thức giả thiết.

+ Áp dụng dãy tỉ số bằng nhau để sử dụng giả thiết rồi tính.

Bài 1. Tìm x, y khác 0 biết:

a) $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ và $2x + 5y = 10$

b) $\frac{2x}{3y} = -\frac{1}{3}$ và $2x + 3y = 7$

c) $21.x = 19.y$ và $x - y = 4$

d) $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}$ và $x.y = 84$



Hướng dẫn:

a) Có $\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{2x}{6} = \frac{5y}{20}$. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{2x}{6} = \frac{5y}{20} = \frac{2x+5y}{6+20} = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$$

$$\text{Do đó: } +) \frac{x}{3} = \frac{5}{13} \quad \text{suy ra } x = \frac{3 \cdot 5}{13} = \frac{15}{13}$$

$$+) \frac{y}{4} = \frac{5}{13} \quad \text{suy ra } y = \frac{4 \cdot 5}{13} = \frac{20}{13}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{15}{13} \quad \text{và} \quad y = \frac{20}{13}$$

b) Có $\frac{2x}{3y} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{2x}{-1} = \frac{3y}{3} \Rightarrow \frac{2x}{-1} = \frac{3y}{3} = \frac{2x+3y}{-1+3} = \frac{7}{2}$

$$\text{Hay: } +) \frac{2x}{-1} = \frac{7}{2} \quad \text{suy ra: } 2x = \frac{-1 \cdot 7}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{7}{4}$$

$$+) \frac{3y}{3} = \frac{7}{2} \quad \text{suy ra: } y = \frac{7}{2}$$

$$\text{Vậy: } x = -\frac{7}{4} \quad \text{và} \quad y = \frac{7}{2}$$

c) $21 \cdot x = 19 \cdot y \Leftrightarrow \frac{x}{19} = \frac{y}{21} \Rightarrow \frac{x}{19} = \frac{y}{21} = \frac{x-y}{19-21} = \frac{4}{-2} = -2$

$$\text{Hay: } +) \frac{x}{19} = -2 \Leftrightarrow x = -2 \cdot 19 = -38$$

$$+) \frac{y}{21} = -2 \Leftrightarrow y = -2 \cdot 21 = -42$$

$$\text{Vậy: } x = -38 \quad \text{và} \quad y = -42$$

d) $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} \Rightarrow \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{49} = \frac{xy}{21} = \frac{84}{21} = 4$

$$\text{Hay: } +) \frac{x^2}{9} = 4 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6$$

$$+) \frac{y^2}{49} = 4 \Leftrightarrow y^2 = 196 \Leftrightarrow y = \pm 14$$

$$\text{Vậy: } x = 6 \quad \text{và} \quad y = 14 \quad \text{hoặc} \quad x = -6 \quad \text{và} \quad y = -14$$



* Cũng có em làm cách khác:

$$\text{Có } \frac{x}{3} = \frac{y}{7} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{7} \text{ mà } xy = 84 \quad (x \text{ và } y \text{ cùng dấu})$$

$$\text{nên } \frac{x}{y} \cdot xy = \frac{3}{7} \cdot 84 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6$$

$$\text{và } xy: \frac{x}{y} = 84: \frac{3}{7} \Leftrightarrow y^2 = 196 \Leftrightarrow y = \pm 14$$

Bài 2. Tìm x, y, z biết:

$$\text{a) } \frac{x}{3} = \frac{y}{4}; \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \quad \text{và} \quad 2x + 3y - z = 186$$

$$\text{b) } x : y : z = 3 : 5 : (-2) \quad \text{và} \quad 5x - y + 3z = 124$$

$$\text{c) } \frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

Hướng dẫn:

$$\text{a) } \frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{28} = \frac{2x}{30} = \frac{3y}{60} = \frac{2x+3y-z}{30+60-28} = \frac{168}{62} = 3 \Rightarrow x = 45; y = 60; z = 84$$

$$\text{b) } \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{-2} = \frac{5x}{15} = \frac{3z}{-6} = \frac{5x-y+3z}{15-5+(-6)} = \frac{124}{4} = 31 \Rightarrow x = 93; y = 155; z = -62.$$

$$\text{c) } \frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z} = \frac{(y+z+1)+(x+z+2)+(x+y-3)}{x+y+z} = 2$$

$$\Rightarrow x+y+z = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}; y = \frac{5}{6}; z = -\frac{5}{6}.$$

Bài 3: Tìm các số x, y, z biết: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{6}$ và $5z - 3x - 4y = 50$

Hướng dẫn:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{6} \quad \& \quad 5z - 3x - 4y = 50$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x-1)}{6} = \frac{4(y+3)}{16} = \frac{5(z-5)}{30} \quad \& \quad 5z - 3x - 4y = 50$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-3}{6} = \frac{4y+12}{16} = \frac{5z-25}{30} = \frac{(5z-25)-(3x-3)-(4y+12)}{30-6-16} = \frac{50-34}{8} = 2$$

$$\Rightarrow x = y = 5; z = 17$$



Bài 4. Tìm a, b, c biết rằng: $2a = 3b = 4c$ và $a - b + c = 35$

Hướng dẫn:

Có: $2a = 3b = 4c \Leftrightarrow \frac{2a}{12} = \frac{3b}{12} = \frac{4c}{12} = \frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3}$

Khi đó: $\frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} = \frac{a-b+c}{6-4+3} = \frac{35}{5} = 7 \Rightarrow a = 42; b = 28; c = 21$

Bài 5. Tìm x biết: $\frac{44-x}{3} = \frac{x-12}{5}$

ĐS: $x = 32$.

Bài 6. Tìm a, b biết rằng:

a) $\frac{a}{5} = \frac{b}{4}$ và $a^2 - b^2 = 36$

b) $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$ và $ab = 48$

ĐS: a) $a = 10$ và $b = 8$ hoặc $a = -10$ và $b = -8$.

b) $a = 6$ và $b = 8$ hoặc $a = -6$ và $b = -8$.

Bài 7. Tìm $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ biết rằng:

$\frac{x_1-1}{9} = \frac{x_2-2}{8} = \frac{x_3-3}{7} = \dots = \frac{x_9-9}{1}$ và $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_9 = 90$

Hướng dẫn

$\frac{x_1-1}{9} = \frac{x_2-2}{8} = \frac{x_3-3}{7} = \dots = \frac{x_9-9}{1} = \frac{x_1-1+x_2-2+x_3-3+\dots+x_9-9}{9+8+7+\dots+1} =$

$\frac{(x_1+x_2+\dots+x_9)-(1+2+\dots+9)}{9+8+\dots+1} = \frac{90-45}{45} = 1$

+) $\frac{x_1-1}{9} = 1 \Leftrightarrow x_1 = 9 + 1 = 10$

+) $\frac{x_2-2}{8} = 1 \Leftrightarrow x_2 = 8 + 2 = 10$

+) $\frac{x_3-3}{7} = 1 \Leftrightarrow x_3 = 7 + 3 = 10$

.....



$$+) \frac{x_9 - 9}{1} = 1 \Leftrightarrow x_9 = 1 + 9 = 10$$

Vậy: $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_9 = 10$.

Bài 8.

a) Tìm phân số có dạng tối giản $\frac{a}{b}$ biết $\frac{a}{b} = \frac{a+6}{b+9}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$.

b) Cho phân số $\frac{a}{b}$. Tìm các số nguyên x, y sao cho $\frac{a+x}{b+y} = \frac{a}{b}$.

Hướng dẫn:

a) áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+6}{b+9} = \frac{a+6-a}{b+9-b} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Phân số cần tìm có dạng tối giản $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ nên phân số cần tìm có dạng $\frac{2k}{3k}$

với $k \in \mathbb{Z}$ và $k \neq 0$.

$$b) \text{ Có: } \frac{a+x}{b+y} = \frac{a}{b} = \frac{a+x-a}{b+y-b} = \frac{x}{y}$$

Với $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ thì ta có thể tìm được vô số các số nguyên x, y thỏa mãn.

Bài 9. Tìm x, y biết:

$$a) \frac{x}{2} = \frac{y}{4} \quad \& \quad x^4 y^4 = 16$$

$$b) \frac{y^2 - x^2}{3} = \frac{x^2 + y^2}{5} \quad \& \quad x^{10} y^{10} = 1024$$

$$c) \frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = \frac{2x+3y-1}{6x}$$

Hướng dẫn:

$$a) \text{ Từ } \frac{x}{2} = \frac{y}{4} \text{ suy ra: } \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{16} = \frac{xy}{8} \text{ và } x, y \text{ cùng dấu (1)}$$

$$\text{Với } x^4 y^4 = 16 \Leftrightarrow xy = \pm 2 \quad (2)$$



Kết hợp (1) và (2) ta có: $\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{16} = \frac{xy}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Vậy: $x = 1$ và $y = 2$ hoặc $x = -1$ và $y = -2$

b) Có: $\frac{y^2-x^2}{3} = \frac{x^2+y^2}{5} = \frac{(x^2+y^2)+(y^2-x^2)}{5+3} = \frac{(x^2+y^2)-(y^2-x^2)}{5-3} \Leftrightarrow \frac{2y^2}{8} = \frac{2x^2}{2} \Leftrightarrow \frac{y^2}{4} = x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{y}{2}$

Khi đó: $x^{10}y^{10} = (\pm \frac{y}{2})^{10} \cdot y^{10} = 1024 \Leftrightarrow y^{20} = 2^{10} \cdot 1024 \Leftrightarrow y^{20} = 2^{20} \Leftrightarrow y = \pm 2$

Do đó: $x = \pm 1$

Vậy: $x = 1$ và $y = 2$ hoặc $x = -1$ và $y = -2$

hoặc $x = 1$ và $y = -2$ hoặc $x = -1$ và $y = 2$

c) Có $\frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = \frac{2x+3y-1}{6x}$ (1)

$\frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = \frac{2x+1+3y-2}{5+7} = \frac{2x+3y-1}{12}$ (2)

Từ (1), (2) ta có: $6x = 12 \Leftrightarrow x = 2$ thay vào (1) thì $y = 3$

Vậy: $x = 2$ và $y = 3$.

Bài 10. Tìm ba số x, y, z biết $\frac{x^3}{8} = \frac{y^3}{64} = \frac{z^3}{216}$ (1) và $x^2 + y^2 + z^2 = 14$

Hướng dẫn:

(1) $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{36} = \frac{x^2+y^2+z^2}{4+16+36} = \frac{14}{56} = \frac{1}{4}$

Mà theo (1) thì x, y, z cùng dấu

Nên: $x = 1; y = 2; z = 3$ hoặc $x = -1; y = -2; z = -3$.

DẠNG 4: Tính giá trị biểu thức.

+) Đây là loại bài tập khó, đòi hỏi học sinh phải huy động nhiều kiến thức và kỹ năng cũng như biết tổng hợp tri thức phương pháp đã học. Khả năng quan sát và dự đoán được sử dụng nhiều, liên tục, đồng thời với sự suy luận logic, sáng tạo...

+) Làm dạng bài tập này, học sinh rất cần đến sự xúc tác của giáo viên mỗi khi các em gặp bế tắc. Những lúc đó thì giáo viên chỉ cần gợi mở hướng đi cho học sinh bằng những câu hỏi mở...



Bài 1. Cho x, y, z thoả mãn: $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ với x, y, z khác 0. Tính: $P = \frac{x-y+z}{x+2y-z}$

Hướng dẫn:

Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = k$ (k khác 0) thì $x = 2k, y = 5k, z = 7k$

Khi đó: $P = \frac{2k-5k+7k}{2k+10k-7k} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$

Vậy: $P = \frac{4}{5}$

Bài 2. Cho 3 tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b+c}; \frac{b}{c+a}; \frac{c}{a+b}$. Tìm giá trị của mỗi tỉ số đó.

Hướng dẫn:

Có: $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = \frac{a+b+c}{(b+c)+(c+a)+(a+b)} = \frac{a+b+c}{2(a+b+c)}$ (*)

+) Nếu $a+b+c \neq 0$ thì $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = \frac{a+b+c}{(b+c)+(c+a)+(a+b)} = \frac{1}{2}$

+) Nếu $a+b+c = 0$ thì $b+c = -a; c+a = -b; a+b = -c$.

Khi đó: $\frac{a}{b+c} = \frac{a}{-a} = -1; \frac{b}{c+a} = \frac{b}{-b} = -1; \frac{c}{a+b} = \frac{c}{-c} = -1$

Hoặc: $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = \frac{c}{-c} = -1$

Vậy: +) Nếu $a+b+c \neq 0$ thì $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = \frac{1}{2}$

+) Nếu $a+b+c = 0$ thì $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = -1$

Bài 3. Cho biểu thức: $P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$

Tìm giá trị của biểu thức P biết: $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$ (*)

Hướng dẫn

Có: $\frac{x}{y+z+t} + 1 = \frac{y}{z+t+x} + 1 = \frac{z}{t+x+y} + 1 = \frac{t}{x+y+z} + 1$



Hay: $\frac{x+y+z+t}{y+z+t} = \frac{x+y+z+t}{z+t+x} = \frac{x+y+z+t}{t+x+y} = \frac{x+y+z+t}{x+y+z}$

+) Nếu $x+y+z+t \neq 0$ thì $y+z+t = z+t+x = t+x+y = x+y+z$

$$\Leftrightarrow x = y = z = t \quad \text{khi đó: } P = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

+) Nếu $x+y+z+t = 0$ thì $x+y = -(z+t)$; $y+z = -(x+t)$

Khi đó: $P = (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = -4$

Vậy: +) $P = 4$ khi $x+y+z+t \neq 0$

+) $P = -4$ khi $x+y+z+t = 0$

DẠNG 5: TOÁN ĐÓ

+ Thể hiện đầu bài bằng biểu thức đại số

+ Sau khi giải ra kết quả thì Bài hỏi gì ta kết luận đây

+ Lưu ý: Khi gọi kí hiệu nào đó là dữ liệu chưa biết thì học sinh phải đặt điều kiện và đơn vị cho kí hiệu đó - dựa vào đại lượng cần đặt kí hiệu. Và kết quả tìm được của kí hiệu đó phải được đối chiếu với điều kiện ban đầu xem có thoả mãn hay không. Nếu không thoả mãn thì ta loại đi, nếu có thoả mãn thì ta trả lời cho bài toán

Bài 1. Tìm phân số $\frac{a}{b}$ biết rằng nếu cộng thêm cùng một số khác 0 vào tử và vào mẫu của phân số thì giá trị phân số đó không đổi.

Hướng dẫn:

Nếu ta cộng thêm cùng một số $x \neq 0$ vào tử và vào mẫu của phân số thì giá trị phân số không đổi .

Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{a+x}{b+x} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a+x}{b+x} = \frac{a+x-a}{b+x-b} = \frac{x}{x} = 1$

Vậy: $\frac{a}{b} = 1$.

Bài 2. Tìm hai phân số tối giản. Biết hiệu của chúng là: $\frac{3}{196}$ và các tử tỉ lệ với 3; 5 và các mẫu tỉ lệ với 4; 7.

Hướng dẫn:

Các tử tỉ lệ với 3; 5 còn các mẫu tương ứng tỉ lệ với 4; 7 thì hai phân số tỉ lệ với: $\frac{3}{4}$ và $\frac{5}{7}$



Gọi hai phân số tối giản cần tìm là: x, y .

Theo bài toán, ta có : $x : y = \frac{3}{4} : \frac{5}{7}$ và $x - y = \frac{3}{196}$. $\Rightarrow \frac{x}{21} = \frac{y}{20}$ và $x - y = \frac{3}{196}$

$$\Rightarrow \frac{x}{21} = \frac{y}{20} = \frac{x-y}{21-20} = \frac{\frac{3}{196}}{1} = \frac{3}{196}$$

$$+) \frac{x}{21} = \frac{3}{196} \rightarrow x = \frac{3}{196} \cdot 21 = \frac{9}{28}$$

$$+) \frac{y}{20} = \frac{3}{196} \rightarrow y = \frac{3}{196} \cdot 20 = \frac{15}{49}$$

Bài 3. Tìm 1 số có 3 chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỉ lệ với 1; 2; 3.

ĐS: số cần tìm là : 396 hoặc 936 .

Bài 4: Một cửa hàng có 3 tấm vải, dài tổng cộng 126m. Sau khi họ bán đi $\frac{1}{2}$ tấm vải thứ nhất, $\frac{2}{3}$ tấm vải thứ hai và $\frac{3}{4}$ tấm vải thứ ba, thì số vải còn lại ở ba tấm bằng nhau. Hãy tính chiều dài của ba tấm vải lúc ban đầu .

ĐS: chiều dài của mỗi tấm vải lúc đầu lần lượt là: 28m, 42m, 56m

Bài 5. Có ba tủ sách đựng tất cả 2250 cuốn sách. Nếu chuyển 100 cuốn từ tủ thứ nhất sang tủ thứ 3 thì số sách ở tủ thứ 1, thứ 2, thứ 3 tỉ lệ với 16;15;14. Hỏi trước khi chuyển thì mỗi tủ có bao nhiêu cuốn sách ?

ĐS: Trước khi chuyển thì: Tủ 1 có : 900 quyển sách; Tủ 2 có : 750 quyển sách; Tủ 3 có : 600 quyển sách.

Bài 6. Cho tam giác ABC có $\hat{A}$ và $\hat{B}$ tỉ lệ với 3 và 15, $\hat{C} = 4\hat{A}$. Tính các góc của tam giác ABC.

Hướng dẫn:

Theo bài ta có $\frac{\hat{A}}{3} = \frac{\hat{B}}{15}$ và $\frac{\hat{C}}{4} = \frac{\hat{A}}{1}$

Hay : $\frac{\hat{A}}{3} = \frac{\hat{B}}{15} = \frac{\hat{C}}{12}$ mà $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ (Tổng 3 góc trong một tam giác)

$$\frac{\hat{A}}{3} = \frac{\hat{B}}{15} = \frac{\hat{C}}{12} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}{3+15+12} = \frac{180^\circ}{30} = 6^\circ$$



$$+) \frac{\hat{A}}{3} = 6^\circ \rightarrow \hat{A} = 6^\circ \cdot 3 = 18^\circ$$

$$+) \frac{\hat{B}}{15} = 6^\circ \rightarrow \hat{B} = 6^\circ \cdot 15 = 90^\circ$$

$$+) \frac{\hat{C}}{12} = 6^\circ \rightarrow \hat{C} = 6^\circ \cdot 12 = 72^\circ$$

Vậy các góc của tam giác ABC là : $\hat{A} = 18^\circ$, $\hat{B} = 90^\circ$, $\hat{C} = 72^\circ$.

Bài 7. Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích 300 m^2 , có hai cạnh tỉ lệ với 4 và 3. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

ĐS: chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó là 20m và 15m

Bài 8: Một ô tô đi từ A $\rightarrow$ B mỗi giờ đi được 60,9 km. Hai giờ sau, một ô tô thứ hai cũng đi từ A $\rightarrow$ B với vận tốc 40,6 km. Hỏi ô tô thứ nhất đi từ A $\rightarrow$ B mất mấy giờ. Biết rằng xe ô tô thứ hai đến muộn hơn ô tô thứ nhất là 7 giờ.

ĐS: ô tô thứ nhất đi từ A $\rightarrow$ B mất 10 giờ.

Bài 9: Ba xí nghiệp cùng xây dựng chung một cây cầu hết 38 triệu đồng. Xí nghiệp I có 40 xe ở cách cầu 1,5 km, xí nghiệp II có 20 xe ở cách cầu 3 km, xí nghiệp III có 30 xe ở cách cầu 1 km. Hỏi mỗi xí nghiệp phải trả cho việc xây dựng cầu bao nhiêu tiền, biết rằng số tiền phải trả tỉ lệ thuận với số xe và tỉ lệ nghịch với khoảng cách từ xí nghiệp đến cầu?

ĐS: Mỗi xí nghiệp I, II, III theo thứ tự phải trả: 16 triệu đồng, 4 triệu đồng, 18 triệu đồng

DẠNG 6: Chứng minh tỉ lệ thức.

+) Thường thì ở dạng bài tập này, bài sẽ cho sẵn một số điều kiện nào đó và yêu cầu chứng minh tỉ lệ thức.

+) Để làm xuất hiện tỉ lệ thức đã cần chứng minh thì chúng ta có thể biến đổi từ tỉ lệ thức bài cho hoặc từ điều kiện bài cho. Với tính chất các phép toán và tính chất của tỉ lệ thức hoặc tính chất của dãy tỉ số bằng nhau chúng ta có thể biến đổi linh hoạt điều đã cho thành điều cần có.

+) Có nhiều con đường để đi đến một cái đích, hãy lựa chọn phương pháp phù hợp, hợp lí nhất trong khi chứng minh.

+) Lưu ý: Trong quá trình biến đổi chứng minh nên luôn nhìn về biểu thức cần chứng minh để tránh tình trạng biến đổi dài, vô ích.

Bài 1. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \neq 1$ Với $a, b, c, d \neq 0$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$

Hướng dẫn:

Có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{a-b}{c-d}$

Hay $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ (Đpcm)

Bài 2. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{5a+3b}{5c+3d} = \frac{5a-3b}{5c-3d}$

Hướng dẫn

Có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{5a}{5c} = \frac{3b}{3d} = \frac{5a+3b}{5c+3d} = \frac{5a-3b}{5c-3d}$

Vậy: $\frac{5a+3b}{5c+3d} = \frac{5a-3b}{5c-3d}$ (Đpcm).

Bài 3. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{ab}{cd}$.

Hướng dẫn

Có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2}{d^2} = \frac{ab}{cd} = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$

Vậy: $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{ab}{cd}$ (Đpcm).

Bài 4: Cho $\frac{a+5}{a-5} = \frac{b+6}{b-6}$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$.

Hướng dẫn

Có: $\frac{a+5}{a-5} = \frac{b+6}{b-6}$ suy ra: $\frac{a+5}{b+6} = \frac{a-5}{b-6} = \frac{(a+5)-(a-5)}{(b+6)-(b-6)} = \frac{(a+5)+(a-5)}{(b+6)+(b-6)}$

Hay: $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$ (Đpcm).

Bài 5: Cho $2(x-y) = 5(y+z) = 3(x+z)$. Chứng minh rằng: $\frac{x-y}{4} = \frac{y-z}{5}$.

Hướng dẫn

Có: $2(x-y) = 5(y+z) = 3(x+z)$



$$\text{Suy ra: } \frac{2(x-y)}{30} = \frac{5(y+z)}{30} = \frac{3(x+z)}{30} \Leftrightarrow \frac{x+y}{15} = \frac{y+z}{6} = \frac{x+z}{10}$$

$$+) \frac{y+z}{6} = \frac{x+z}{10} = \frac{(x+z)-(y+z)}{10-6} = \frac{x-y}{4} \quad (1)$$

$$+) \frac{x+y}{15} = \frac{x+z}{10} = \frac{(x+y)-(x+z)}{15-10} = \frac{y-z}{5} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \frac{x-y}{4} = \frac{y-z}{5} \quad (\text{Đpcm}).$$

Bài 6. Cho $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{ab}{cd}$ với $a, b, c, d \neq 0$ và $c \neq d$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ hoặc $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$.

Hướng dẫn

$$\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \frac{ab}{cd} = \frac{2ab}{2cd} = \frac{a^2+b^2-2ab}{c^2+d^2-2cd} = \frac{a^2+b^2+2ab}{c^2+d^2+2cd}$$

$$\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2} = \frac{(a-b)^2}{(c-d)^2} \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^2$$

$$\text{Suy ra: } \frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d} \quad \text{hoặc} \quad \frac{a+b}{c+d} = -\frac{a-b}{c-d}.$$

$$+) \text{ Nếu } \frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d} \text{ thì } \frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d} = \frac{(a+b)+(a-b)}{(c+d)+(c-d)} = \frac{(a+b)-(a-b)}{(c+d)-(c-d)}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (1)$$

$$+) \text{ Nếu } \frac{a+b}{c+d} = -\frac{a-b}{c-d} \text{ thì } \frac{a+b}{c+d} = -\frac{a-b}{c-d} = \frac{(a+b)+(b-a)}{(c+d)+(c-d)} = \frac{(a+b)-(b-a)}{(c+d)-(c-d)}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{a}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{d}{c} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{hoặc} \quad \frac{a}{b} = \frac{d}{c}.$$



Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website **HOC247** cung cấp một môi trường **học trực tuyến** sinh động, nhiều **tiện ích thông minh**, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những **giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm** đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bị – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ **GV Giỏi, Kinh nghiệm** từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa **luyện thi THPTQG** các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi **HSG lớp 9** và **luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán** các trường **PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GD), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An** và các trường Chuyên khác cùng **TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn**.

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn **Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học và Tổ Hợp** dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: **TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn** cùng đội HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

*HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí*

- **HOC247 NET:** Website học miễn phí các bài học theo **chương trình SGK** từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm miễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh **Youtube** cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.