10 BÀI TOÁN HÌNH HỌC ÔN THI VÀO LỚP 10

NĂM HỌC 2019 - 2020

Câu 1. Cho đường tròn *(O)* đường kính $AB = 2R$, *C* là trung điểm của *OA* và dây *MN* vuông góc với *OA* tại *C*. Gọi *K* là điểm tùy ý trên cung nhỏ *BM*, *H* là giao điểm của *AK* và *MN*.

1. Chứng minh tứ giác *BCHK* nội tiếp.
2. Tính tích $AH.AK$ theo *R*.
3. Xác định vị trí của điểm *K* để tổng $(KM + KN + KB)$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó?

Giải:

1. Chứng minh tứ giác *BHCK* nội tiếp.

$MN \perp AC$

$\widehat{AKB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{HCB} = 90^\circ$

Xét tứ giác *BCHK* có:

$\widehat{HCB} + \widehat{AKB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà 2 góc ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow$ Tứ giác *BCHK* nội tiếp.

2. Tính $AH.AK$ theo *R*.

Xét tam giác ΔACH và ΔAKB có:

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{ACH} = \widehat{AKB} = 90^\circ \\ \widehat{A}\ chung \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ACH \# \Delta AKB\ (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AK} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH.AK = AC.AB$$

Mà $AC = \frac{1}{4}R$ và $AB = 2R \Rightarrow AH.AK = \frac{R^2}{2}$.

3. Xác định vị trí của *K* để $(KM + KN + KB)$ max

* Chứng minh ΔBMN đều:

ΔAOM cân tại *M* (*MC* vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến)

Mà $OA = OM = R \Rightarrow \Delta AOM$ đều $\Rightarrow \widehat{MOA} = 60^\circ$

ΔMBN cân tại *B* vì $\begin{cases} MC = CN \\ BC \perp MN \end{cases}$

$\Rightarrow CM = CN$

Mặt khác: $\widehat{MBA} = \frac{1}{2}\widehat{MOA} = 30^\circ$ (góc nội tiếp chắn cung $\widehat{MA}$) $\Rightarrow \widehat{MBN} = 60^\circ$

ΔMBN cân tại *B* lại có $\widehat{MBN} = 60^\circ$ nên ΔMBN là tam giác đều

* Chứng minh $KM + KB = KN$