

CHUYÊN ĐỀ: BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC

Dạng 1: Khẳng định có tồn tại tam giác khi biết độ dài ba cạnh.

Bài 1: Có tam giác nào mà độ dài ba cạnh như sau không:

- a. 8 m, 12 m, 7 m.
- b. 6 cm, 11 cm, 5 cm.

Bài 2: Biết hai cạnh của tam giác cân có độ dài 8 m và 18 m. Tính chu vi tam giác đó.

Bài 3: Tồn tại hay không một tam giác có độ dài ba cạnh là a, b, c sao cho:

- a. $a = 2b$ và $b = 2c$.
- b. $a = \frac{3}{2}b$ và $b = \frac{3}{2}c$.

Dạng 2: Sử dụng BĐT tam giác để xác định giá trị một cạnh của tam giác.

Bài 4: Cho tam giác ABC có $AB = 1m$, $AC = 3m$. Tìm độ dài cạnh BC biết độ dài BC là một số tự nhiên.

Bài 5: Cho tam giác ABC có $AB = 3m$, $AC = 27m$. Tìm độ dài cạnh BC biết độ dài BC là một số nguyên tố.

Dạng 3: Chứng minh BĐT về độ dài.

Bài 6: Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh:

$$AM < \frac{b + c}{2}$$

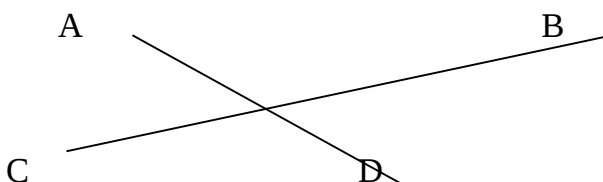
Bài 7: Cho tam giác ABC và M là điểm bất kỳ nằm trong tam giác. Gọi P là chu vi tam giác ABC. Chứng minh rằng: $\frac{P}{2} < AM + BM + CM < P$

Bài 8: Tam giác ABC cân tại A, điểm D nằm trên tia đối của tia BA. Chứng minh $DC > DB$.

Bài 9: Chứng minh cạnh lớn nhất của tam giác bao giờ cũng nhỏ hơn nửa chu vi tam giác và lớn hơn hoặc bằng $\frac{1}{3}$ chu vi tam giác ấy.

Dạng 4: Tìm giá trị lớn nhất nhỏ nhất của tổng độ dài.

Bài 10: Cho hình vẽ. Tìm điểm I sao cho tổng độ dài từ I đến các điểm A, B, C, D nhỏ nhất.



BÀI TẬP

Bài 11: Với các bộ ba đoạn thẳng có độ dài như sau:

- a) 9; 33; 41 c) 4; 7; 3.
b) 7; 7; 2 d) 9; 9; 9.

Hãy chọn ra bộ ba mà với chúng, ta không thể vẽ được một tam giác.

Bài 12: a. Cho tam giác ABC có $AB = 15\text{cm}$; $BC = 8\text{ cm}$. Tính độ dài cạnh AC biết độ dài cạnh này là một số nguyên tố lớn hơn 16.

b. Chu vi của một tam giác cân là 34 cm và độ dài một cạnh của nó là 6 cm. Tính độ dài hai cạnh còn lại của tam giác đó.

Bài 13: Độ dài ba cạnh của tam giác ABC tỉ lệ với các số 2; 3; 4.

- a. Tính độ dài cạnh lớn nhất biết tổng độ dài hai cạnh còn lại là 20 cm.
b. Tính độ dài cạnh nhỏ nhất biết hiệu độ dài hai cạnh còn lại là 21 cm.

Bài 14: Ba cạnh của một tam giác có độ dài bằng 2,5 cm; 16 cm và X cm. Tìm x biết:

- a. X là số tự nhiên nhỏ nhất có thể được.
b. X là một số nguyên tố.

Bài 15: a. Tam giác ABC có chu vi 18 cm, $BC > AC > AB$. Tính độ dài cạnh BC biết độ dài đó là một số chẵn (đơn vị cm).

b Chu vi một tam giác cân là 15 cm, có độ dài cạnh đáy là a cm. Biết độ dài mỗi cạnh là một số tự nhiên (cm). Tìm các giá trị của a.

Bài 16: Cho góc nhọn xOY. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho A nằm giữa O và B. Trên tia Oy lấy hai điểm C và D sao cho C nằm giữa O và D.

Chứng minh: $AB + CD > AD + BC$.

Bài 17: Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác $\hat{B}$ cắt AC tại D.

Chứng minh: $BC - BA > DC - DA$.

Bài 18: Cho hai điểm B và C nằm trên đoạn thẳng AD sao cho $AB = CD$. M là điểm nằm ngoài đường thẳng AD. Chứng minh: $MA + MD > MB + MC$.

Bài 19: Cho tam giác ABC có góc B tù, $AB = \frac{1}{2} AC$. Chứng minh rằng:

- a. $BC > AB$.
b. $\hat{A} < 2\hat{C}$



Bài 20: Sử dụng phương pháp hình học để chứng minh:

a. Cho hai số dương a và b . Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

b. Cho hai số dương a và b thỏa mãn $a > b$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a-b} < \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Bài 21: Cho hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau tại O ; $AB = 6$, $CD = 4$. Chứng minh trong bốn đoạn thẳng AC , CB , BD và DA tồn tại hai đoạn thẳng nhỏ hơn 5.

Bài 22: Cho tam giác đều ABC , O là một điểm bất kỳ nằm trong tam giác. Chứng minh rằng 3 đoạn thẳng OA , OB và OC thỏa mãn bất đẳng thức tam giác.

Bài 23*: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh bên bằng 5 và hai điểm M và N bất kỳ. Chứng minh trên các cạnh của tam giác ABC luôn tồn tại một điểm P sao cho tổng $PM + PN$ lớn hơn 7.

LUYỆN TẬP

Bài 24: Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh AB lấy điểm E và trên cạnh AC lấy điểm F sao cho $AE = AF$. Chứng minh rằng: $BC + EF < 2.BF$.

Bài 25: Cho tam giác ABC và điểm D bất kỳ nằm trên cạnh BC . Chứng minh rằng:

$$\frac{AB + AC - BC}{2} < AD < \frac{AB + AC + BC}{2}$$

Bài 26: Cho tam giác ABC có $AB > AC$. Tia phân giác góc A cắt BC ở D . Gọi I là điểm bất kỳ nằm giữa A và D . Chứng minh rằng: $AB - AC > IB - IC$.

Bài 27*: Cho tam giác ABC , gọi K là một điểm thuộc phân đường phân giác góc ngoài tại đỉnh A ($K \neq A$). Chứng minh rằng: $AB + AC < KB + KC$.

Bài 28*: Cho tam giác đều ABC và một điểm M bất kỳ. Chứng minh rằng trong ba đoạn thẳng MA , MB , MC mỗi một đoạn không lớn hơn tổng độ dài hai đoạn còn lại.





Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website **HOC247** cung cấp một môi trường **học trực tuyến** sinh động, nhiều **tiện ích thông minh**, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những **giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm** đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bị – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ **GV Giỏi, Kinh nghiệm** từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa **luyện thi THPTQG** các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi **HSG lớp 9** và **luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán** các trường **PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An** và các trường Chuyên khác cùng **TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn.**

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn **Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học và Tổ Hợp** dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: **TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn** cùng đội HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

*HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí*

- **HOC247 NET:** Website học miễn phí các bài học theo **chương trình SGK** từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm miễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh **Youtube** cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.

