

Giải bài tập trang 105 SGK Đại số 10: Dấu của tam thức bậc hai

Bài 1 (trang 105 SGK Đại Số 10): Xét dấu các tam thức bậc hai:

- a) $5x^2 - 3x + 1$ b) $-2x^2 + 3x + 5$
c) $x^2 + 12x + 36$ d) $(2x - 3)(x + 5)$

Lời giải

a) $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$

$$\begin{cases} \Delta = 9 - 20 < 0 \\ a = 5 > 0 \end{cases} \quad \text{Vậy, } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

b) $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$
 $\Delta = 9 + 40 = 49$
 $x_1 = -1; x_2 = \frac{5}{2}$

x	$-\infty$	-1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
f(x)	-	0	+	0	-

Vậy, $f(x) > 0 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{5}{2}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = \frac{5}{2}; f(x) < 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > \frac{5}{2}$

c) $f(x) = x^2 + 12x + 36$
 $\Delta = 0; x = -6; \bullet a = 1 > 0$

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
f(x)	+	0	+

Vậy, $f(x) > 0$ khi $x \neq -6$

$f(x) = 0$ khi $x = -6$

d) $f(x) = (2x - 3)(x + 5);$
 $f(x) = 0$ khi $x = \frac{3}{2} \vee x = -5$
 $a = 2 > 0$

x	$-\infty$	-5	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
f(x)	+	0	-	0	+

Vậy, $f(x) > 0$ khi $x < -5 \vee x > \frac{3}{2}; f(x) < 0$ khi $-5 < x < \frac{3}{2}$

Bài 2 (trang 105 SGK Đại Số 10): Lập bảng xét dấu các biểu thức sau:

a) $f(x) = (3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$

b) $f(x) = (3x^2 - 4x)(2x^2 - x - 1)$

c) $f(x) = (4x^2 - 1)(-8x^2 + x - 30)(2x + 9)$

d) $f(x) = \frac{(3x^2 - x)(3 - x^2)}{4x^2 + x - 3}$

Lời giải

a) $f(x) = (3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$

Bảng xét dấu

xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{4}$	3	$+\infty$		
$3x^2 - 10x + 3$	+	0	-	-	0	+	
$4x - 5$	-		-	0	+	+	
f(x)	-	0	+	0	-	0	+

Vậy, $f(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < \frac{5}{4} \vee x > 3$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \vee x = \frac{5}{4} \vee x = 3$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3} \vee \frac{5}{4} < x < 3$

$f(x) = (3x^2 - 4x)(2x^2 - x - 1) = x(3x - 4)(2x^2 - x - 1)$

Bảng xét dấu

g xet dau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	
x	-	-	0	+	+	+	
$3x - 4$	-	-	-	-	0	+	
$2x^2 - x - 1$	+	0	-	-	0	+	
f(x)	+	0	-	0	+	0	+

Vậy, $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2} \vee 0 < x < 1 \vee x > \frac{4}{3}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{4}{3}$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0 \vee 1 < x < \frac{4}{3}$

c) $f(x) = (4x^2 - 1)(-8x^2 + x - 3)(2x + 9)$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$		
$4x^2 - 1$	+	+	0	-	+		
$-8x^2 + x - 3$	-	-	-	-	-		
$2x + 9$	-	0	+	+	+		
$f(x)$	+	0	-	0	+	0	-

Vậy, $f(x) > 0 \Leftrightarrow \left(x < -\frac{9}{2}\right) \vee \left(-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow \left(-\frac{9}{2} < x < -\frac{1}{2}\right) \vee \left(x > \frac{1}{2}\right)$

d) $f(x) = \frac{(3x^2 - x)(3 - x^2)}{4x^2 + x - 3} = \frac{x(3x - 1)(3 - x^2)}{4x^2 + x - 3}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
x	-	-	-	0	+	+	+	+
$3x - 1$	-	-	-	-	0	+	+	+
$3 - x^2$	-	0	+	+	+	+	0	-
$4x^2 + x - 3$	+	+	0	-	-	-	0	+
$f(x)$	-	0	+	-	0	+	0	-

Vậy, $f(x) > 0 \Leftrightarrow \left(-\sqrt{3} < x < -1\right) \vee \left(0 < x < \frac{1}{3}\right) \vee \left(\frac{3}{4} < x < \sqrt{3}\right)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}; 0; \frac{1}{3}$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow \left(x < -\sqrt{3}\right) \vee \left(-1 < x < 0\right) \vee \left(\frac{1}{3} < x < \frac{3}{4}\right) \vee \left(x > \sqrt{3}\right)$

Bài 3 (trang 105 SGK Đại Số 10): Giải các bất phương trình sau:

a) $4x^2 - x + 1$; b) $-3x^2 + x + 4 \geq 0$

c) $\frac{1}{x^2 - 4} < \frac{3}{3x^2 + x - 4}$; d) $x^2 - x - 6 \leq 0$

Lời giải

a) $4x^2 - x + 1 < 0$

Xét $f(x) = 4x^2 - x + 1$

• $\Delta = 1 - 16 < 0$

• $a = 4 > 0$

nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy, bất phương trình vô nghiệm

b) $-3x^2 + x + 4 \geq 0$

Xét $f(x) = -3x^2 + x + 4$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1; x_2 = \frac{4}{3}$

x	$-\infty$	-1	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	
f(x)	-	0	+	0	-

Nên, $f(x) > 0 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{4}{3}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = \frac{4}{3}$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình : $-1 \leq x \leq \frac{4}{3}$

c) $\frac{1}{x^2 - 4} < \frac{3}{3x^2 + x - 4}$

$\Rightarrow \frac{3x^2 + x - 4 - 3x^2 + 12}{(x^2 - 4)(3x^2 + x - 4)} < 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x + 8}{(x^2 - 4)(3x^2 + x - 4)} < 0$

x	$-\infty$	-8	-2	$-\frac{4}{3}$	1	2	$+\infty$				
$x + 8$	-	0	+	+	+	+	+				
$x^2 - 4$	+		+	0	-	-	-	0	+		
$3x^2 + x - 4$	+		+		+	0	-	0	+		+
f(x)	-	0	+		-		+		-		+

Nên, $f(x) < 0 \Leftrightarrow (x < -8) \vee \left(-2 < x < \frac{4}{3}\right) \vee (1 < x < 2)$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình:

$$(x < -8) \vee \left(-2 < x < \frac{4}{3}\right) \vee (1 < x < 2)$$

d) $x^2 - x - 6 \leq 0$

Xét $f(x) = x^2 - x - 6$

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
f(x)	+	0	-	0	+

nên, $f(x) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 3$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình : $-2 \leq x \leq 3$.

Bài 4 (trang 105 SGK Đại Số 10): Tìm các giá trị của tham số m để các phương trình sau vô nghiệm

a) $(m - 2)x^2 + 2(2m - 3)x + 5m - 6$

b) $(3 - m)x^2 - 2(m + 3)x + m + 2$

Lời giải

a. Đặt $f(x) = (m - 2)x^2 + 2(2m - 3)x + 5m - 6$

* Nếu $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Khi đó phương trình $f(x) = 0$ trở thành $2x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = -2$ là nghiệm của phương trình.

Vậy $m = 2$ không phải là giá trị cần tìm.

* Nếu $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$. Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta' &= (2m - 3)^2 - (m - 2)(5m - 6) = 4m^2 - 12m + 9 - 5m^2 + 6m + 10m - 12 \\ &= -m^2 + 4m - 3 \end{aligned}$$

Phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' < 0$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 4m - 3 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ là giá trị cần tìm.

b. Đặt $f(x) = (3-m)x^2 - 2(m+3)x + m+2$

* Nếu $3 - m = 0 \Leftrightarrow m = 3$.

Khi đó phương trình $f(x) = 0$ trở thành $-6x + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{6} \text{ là nghiệm của phương trình.}$$

Vậy $m = 3$ không phải là giá trị cần tìm.

* Nếu $3 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$. Ta có:

$$\begin{aligned}\Delta' &= (m+3)^2 - (3-m)(m+2) = m^2 + 6m + 9 - 3m - 6 + m^2 + 2m \\ &= 2m^2 + 5m + 3\end{aligned}$$

Phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' < 0$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 5m + 3 < 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < -1$$

Vậy $-\frac{3}{2} < m < -1$ là giá trị cần tìm.