



SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT CHUÔNG MỸ A

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 10
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1 (6 điểm) Cho hàm số $y = mx^2 - 2mx - m^2 - 2$, với m là tham số.

- 1) Tìm tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.
- 2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số không lớn hơn -4.
- 3) Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác MAB vuông tại M. Biết $M(1;2)$

Câu 2 (6 điểm) Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình sau:

- 1) $9x^2 - 8x + 5 = (6x - 3)\sqrt{x^2 + 3}$
- 2) $(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 8x + 12) \leq 3x^2$
- 3)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6xy + 3x - 5y = 0 \\ 2y(3x^2 + y^2) = 7 \end{cases}$$

Câu 3 (3 điểm) Cho tam giác ABC có diện tích S và có bán kính đường tròn nội tiếp là r . Chứng minh rằng: Tam giác ABC đều khi và chỉ khi $S = 3\sqrt{3}r^2$

Câu 4 (3 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình thang ABCD vuông tại A và D, đáy lớn CD. Biết $BC=2AB=2AD$, $M(1;0)$ là trung điểm BC, đường thẳng AD có phương trình $x - \sqrt{3}y + 3 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A biết A có tung độ nguyên.

Câu 5 (2 điểm) Cho các số dương a, b, c sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a}{b^2 + c^2} + \frac{b}{c^2 + a^2} + \frac{c}{a^2 + b^2}$$

.....Hết.....



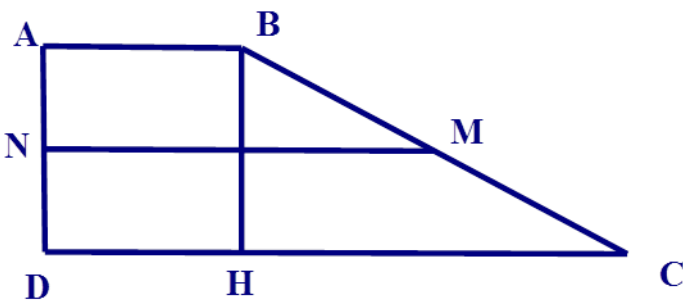
ĐÁP ÁN

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	+ $m = 0 \rightarrow y = -2$ (ktm)	1.0
		+ $m \neq 0$ hàm số đồng biến trên $(-3;1)$ khi $m < 0$	1.0
	2	+ Hàm số có giá trị nhỏ nhất khi $m > 0$. Khi đó $y_{\min} = -m^2 - m - 2$.	1.0
		+ Ycbt $\leftrightarrow -m^2 - m - 2 \leq -4 \rightarrow m \geq 1$	1.0
	3	+ Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A. B khi phương trình: $mx^2 - 2mx - m^2 - 2 = 0$ (3) có hai nghiệm phân biệt $\leftrightarrow \Delta' > 0$ $\leftrightarrow m(m^2 + m + 2) > 0 \leftrightarrow m > 0$	0.5
		+ Gọi $A(x_1;0); B(x_2;0)$ với $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (3)	
		Ta có: $\overrightarrow{MA} = (x_1 - 1; -2); \overrightarrow{MB} = (x_2 - 1; -2)$ Tam giác MAB vuông tại M $\leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 5 = 0$ $\leftrightarrow \frac{-m^2 - 2}{m} + 3 = 0 \leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$ (tm)	
2	1	KL: $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$	1.0
			0.5
2	1	$9x^2 - 8x + 5 = (6x - 3)\sqrt{x^2 + 3}$ $\leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 3})^2 + (6x - 3)\sqrt{x^2 + 3} + 8x^2 - 8x + 2 = 0$ $\Delta = (2x - 1)^2 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} = 2x - 1 \\ \sqrt{x^2 + 3} = 4x - 2 \end{cases}$	1.0
		+ $\sqrt{x^2 + 3} = 2x - 1 \leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 4x - 2 = 0 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{2 + \sqrt{10}}{3}$ + $\sqrt{x^2 + 3} = 4x - 2 \leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 15x^2 - 16x + 1 = 0 \end{cases} \leftrightarrow x = 1$	



		Phương trình có 2 nghiệm $\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{2+\sqrt{10}}{3} \end{cases}$	1.0
2		$(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 8x + 12) \leq 3x^2 \Leftrightarrow (x^2 - 7x + 6)(x^2 - 5x + 6) \leq 3x^2$ (2). Do $x=0$ không là nghiệm của (2) nên $(2) \Leftrightarrow \left(x + \frac{6}{x} - 7\right)\left(x + \frac{6}{x} - 5\right) \leq 3$ Đặt $t = x + \frac{6}{x}$. Ta có: $t^2 - 12t + 32 \leq 0 \Leftrightarrow 4 \leq t \leq 8$ Ta có: $4 \leq x + \frac{6}{x} \leq 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 4 - \sqrt{10} \leq x \leq 4 + \sqrt{10} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ $4 - \sqrt{10} \leq x \leq 4 + \sqrt{10}$	1.0
		$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6xy + 3x - 5y = 0 \\ 2y(3x^2 + y^2) = 7 \end{cases}$ Đặt $x = \frac{u+v}{2}; y = \frac{u-v}{2}$ ta được $\begin{cases} u^2 + u = 2v^2 + 4v \\ u^3 - v^3 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} 3u^2 + 3u = 6v^2 + 12v \\ u^3 - v^3 = 7 \end{cases} \rightarrow (u+1)^3 = (v+2)^3 \Leftrightarrow u = v+1 \rightarrow v^2 + v - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} v=1 \\ v=-2 \end{cases}$ Với $v=1 \rightarrow u=2 \rightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ Với $v=-2 \rightarrow u=-1 \rightarrow \begin{cases} x=-\frac{3}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ Hệ có hai nghiệm $(x; y) = \left(\pm \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$	1.0
3		Ta có $S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c) \leq p\left(\frac{p-a+p-b+p-c}{3}\right)^3 \Leftrightarrow$ $S^2 \leq \frac{p^4}{27} \Leftrightarrow p^4 \geq 27S^2$	1.0



		Mặt khác $S = pr \Leftrightarrow p = \frac{S}{r}$. Từ đó ta có: $S \geq 3\sqrt{3}r^2$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c \Leftrightarrow$ tam giác ABC đều.	1.0 1.0
4		 Đặt $AB = a$. N là trung điểm AD. Kẻ $BH \perp DC = H$ $\rightarrow HM = HB = BM = a$ $\rightarrow M = 30^\circ$ Tính được $MN = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}a$ $AM^2 = (2 + \sqrt{3})a^2$. Phương trình đường thẳng MN: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -\sqrt{3}t \end{cases}$ N là giao điểm của AD và MN $\rightarrow N(0; \sqrt{3}) \rightarrow MN = 2 \rightarrow a = 8 - 4\sqrt{3}$ $\rightarrow AM^2 = 16(2 - \sqrt{3})$. Mặt khác $A \in AD \rightarrow A = (\sqrt{3}t - 3; t); (t \in \mathbb{Z}) \rightarrow AM^2 = (\sqrt{3}t - 4)^2 + t^2$ $\rightarrow t^2 - 2\sqrt{3}t - 4 + 4\sqrt{3} = 0 \rightarrow t = 2$ hoặc $t = 2\sqrt{3} - 2$ (loại). $\rightarrow A = (2\sqrt{3} - 3; 2)$	1.0 1.0 1.0
5		Ta có $0 < a, b, c < 2$; $P = \frac{a}{2-a^2} + \frac{b}{2-b^2} + \frac{c}{2-c^2}$ Ta có: $a^3 + \frac{8}{3\sqrt{6}} = a^3 + \frac{4}{3\sqrt{6}} + \frac{4}{3\sqrt{6}} \geq 2a$ (5). Đẳng thức xảy ra khi $a = \sqrt{\frac{2}{3}}$	



		$(5) \Leftrightarrow a(2-a^2) \leq \frac{8}{3\sqrt{6}} \Leftrightarrow \frac{a}{2-a^2} \geq \frac{3\sqrt{6}}{8} a^2.$	1.0
		Tương tự ta có: $\frac{b}{2-b^2} \geq \frac{3\sqrt{6}}{8} b^2; \frac{c}{2-c^2} \geq \frac{3\sqrt{6}}{8} c^2$ $\rightarrow P \geq \frac{3\sqrt{6}}{8} (a^2 + b^2 + c^2) = \frac{3\sqrt{6}}{4} \quad P_{\min} = \frac{3\sqrt{6}}{4} \Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{\frac{2}{3}}$	1.0

www.hoc247.net



Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website **HOC247** cung cấp một môi trường **học trực tuyến** sinh động, nhiều **tiện ích thông minh**, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những **giáo viên nhiều năm kinh nghiệm**, **giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm** đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bị – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ **GV Giỏi, Kinh nghiệm** từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa **luyện thi THPTQG** các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi **HSG lớp 9** và **luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán** các trường **PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An** và các trường Chuyên khác cùng **TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn**.

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn **Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học và Tổ Hợp** dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: **TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn** cùng đội HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí

- **HOC247 NET:** Website học miễn phí các bài học theo **chương trình SGK** từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm miễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh **Youtube** cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.