

TRƯỜNG THCS NGUYỄN KHUYẾN

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT NĂM 2021

MÔN TOÁN

(Thời gian làm bài: 120 phút)

ĐỀ 1

Bài 1: (2 điểm)

1- Giải các phương trình sau:

a) $x - 1 = 0$

b) $x^2 - 3x + 2 = 0$

2- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

3, Viết phương trình đường thẳng đi qua A(1;2) và song song với đường thẳng $y=3x+5$

Bài 2 (2 điểm):

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2} + \frac{4\sqrt{a}-1}{a-4} \right) : \frac{1}{\sqrt{a}+2}$ (Với $a \geq 0; a \neq 4$)

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A tại $a = 6+4\sqrt{2}$

Bài 3: (2 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình: $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = 2mx - 2m + 3$ (m là tham số)

a) Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) biết tung độ của chúng bằng 2

b) Chứng minh rằng (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m.

Gọi y_1, y_2 là các tung độ giao điểm của (P) và (d), tìm m để $y_1 + y_2 < 9$

Bài 4 (3 điểm): Cho đường tròn tâm O bán kính R và đường thẳng (d) không đi qua O, cắt đường tròn (O) tại 2 điểm E, F. Lấy điểm M bất kì trên tia đối FE, qua M kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm).

1. Chứng minh tứ giác MCOĐ nội tiếp trong một đường tròn.

2. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng EF. Chứng minh KM là phân giác của góc CKD.

3. Đường thẳng đi qua O và vuông góc với MO cắt các tia MC, MD theo thứ tự tại R, T. Tìm vị trí của điểm M trên (d) sao cho diện tích tam giác MRT nhỏ nhất.

Bài 5: (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $D = \frac{8x^2 + y}{4x} + y^2$ với $x + y \geq 1$ và $x > 0$.

ĐÁP ÁN

Bài 1: câu 1 cho 1 điểm, câu 2 cho 1 điểm

1, mỗi ý cho 0,5đ

a, $x = 1$





b, $x_1 = 1$; $x_2 = 2$

2, 3 mỗi ý cho 0,5đ

Bài 2 (2 điểm):

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2} + \frac{4\sqrt{a}-1}{a-4} \right) : \frac{1}{\sqrt{a}+2} \\ &= \frac{a-2\sqrt{a}-a-2\sqrt{a}+4\sqrt{a}-1}{a-4} \cdot \frac{\sqrt{a}+2}{1} \\ &= \frac{\sqrt{a}+2}{a-4} \\ &= \frac{-1}{\sqrt{a}-2} \end{aligned}$$

b) $a = 6+4\sqrt{2} = (2+\sqrt{2})^2$

$$A = \frac{-1}{\sqrt{a}-2} = \frac{-1}{\sqrt{(2+\sqrt{2})^2}-2} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

Câu 3: (2 điểm)

1. A ($\sqrt{2}$; 2) và B ($-\sqrt{2}$; 2)

2, Viết pt hoành độ giao điểm: $x^2=2mx-2m+3$

$$x^2-2mx+2m-3=0$$

Ta có: $\Delta' = m^2 - 2m + 3 = (m-1)^2 + 2 > 0$ với mọi m suy ra (P) và đường thẳng d cắt nhau tại 2 điểm phân biệt với mọi m

Áp dụng viết ta có: $x_1+x_2=2m$

$$x_1x_2=2m-3$$

Theo bài ra ta có: $y_1 + y_2 < 9$

$$(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 < 9$$

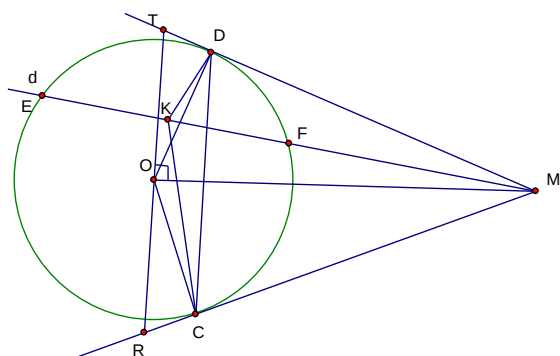
$$4m^2 - 2(2m-3) < 9$$

$$4m^2 - 4m - 3 < 0$$

$$\frac{-1}{2} < m < \frac{3}{2}$$

Câu 4 (3 điểm):





1. HS tự chứng minh

2. Ta có K là trung điểm của EF $\Rightarrow OK \perp EF \Rightarrow \angle MKO = 90^\circ \Rightarrow K$ thuộc đường tròn đường kính MO $\Rightarrow$ 5 điểm D; M; C; K; O cùng thuộc đường tròn đường kính MO

$\Rightarrow \angle DKM = \angle DOM$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MD)

$\angle CKM = \angle COM$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MC)

Lại có $\angle DOM = \angle COM$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \angle DKM = \angle CKM \Rightarrow KM$ là phân giác của góc CKD

3. Ta có: $S_{MRT} = 2S_{MOR} = OC \cdot MR = R \cdot (MC + CR) \geq 2R \cdot \sqrt{CM \cdot CR}$

Mặt khác, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông OMR ta có: $CM \cdot CR = OC^2 = R^2$ không đổi

$$\Rightarrow S_{MRT} \geq 2R^2$$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow CM = CR = R\sqrt{2}$. Khi đó M là giao điểm của (d) với đường tròn tâm O bán kính $R\sqrt{2}$.

Vậy M là giao điểm của (d) với đường tròn tâm O bán kính $R\sqrt{2}$ thì diện tích tam giác MRT nhỏ nhất.

Bài 5 (1 điểm)

Tìm GTNN của $D = \frac{8x^2 + y}{4x} + y^2$ với $x + y \geq 1$ và $x > 0$

Từ $x + y \geq 1 \Rightarrow y \geq 1 - x$ ta có:

$$\begin{aligned} D &\geq \frac{8x^2 + 1 - x}{4x} + y^2 = 2x + \frac{1}{4x} - \frac{1}{4} + y^2 \\ &= x + \frac{1}{4x} + x - \frac{1}{4} + y^2 \end{aligned}$$

$$\text{Thay } x \geq 1 - y \text{ ta suy ra: } D \geq x + \frac{1}{4x} + 1 - y - \frac{1}{4} + y^2 = \left(x + \frac{1}{4x}\right) + \left(y^2 - y + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \quad (1)$$

Vì $x > 0$ áp dụng BĐT côsi có: $x + \frac{1}{4x} \geq 1$

$$\text{lại có: } \left(y^2 - y + \frac{1}{4}\right) = \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$$





Nên từ (1) suy ra: $D \geq 1 + 0 + \frac{1}{2}$ hay $D \geq \frac{3}{2}$. Vậy GTNN của D bằng $\frac{3}{2}$. Khi

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x = \frac{1}{4x} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Đề 2

Câu 1 (2đ):

Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+2}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1) Tính giá trị của B tại $x = \left(1 - \frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right)\left(\frac{5-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} - 1\right)$

2) Rút gọn A

3) Cho biết $P = \frac{A}{1-B}$. Tìm x nếu $P \leq 1$

Câu 2 (2đ): Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Cho một số có hai chữ số. Biết rằng tổng của chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 12. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì sẽ được một số mới lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị. Tìm số ban đầu.

Câu 3 (2đ):

1) Giải phương trình $2x - 5 + 3\sqrt{2x-1} = 0$.

2) Cho đường thẳng (d): $y = mx + m + 1$ và parabol (P): $y = x^2$.

Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là x_1, x_2 và thỏa mãn điều kiện:

a) $|x_1 - x_2| = 4$; b) $|x_1| + |x_2| = 4$.

Câu 4 (3,5đ): Cho đường tròn (O; R) và một đường thẳng d không đi qua O, cắt đường tròn tại hai điểm A và B. Từ một điểm C ở ngoài đường tròn ($C \notin d$ và $CB < CA$), kẻ hai tiếp tuyến CM

Và CN với đường tròn (M thuộc cung nhỏ AB). Gọi H là trung điểm của AB, OH cắt CN tại K.

1) Chứng minh $KN \cdot KC = KH \cdot KO$

2) Chứng minh năm điểm M, H, O, N, C cùng thuộc một đường tròn.

3) Đoạn thẳng CO cắt (O) tại I (I nằm giữa O và C). Chứng minh điểm I cách đều các đường thẳng CM, CN, MN.

4) Một đường thẳng đi qua O và song song với MN cắt CM và CN lần lượt tại E và F. Xác định vị trí điểm C trên d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhất.

Câu 5 (0,5đ): Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a + 2b \geq 8$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2a + 3b + \frac{4}{a} + \frac{9}{b}$.

ĐÁP ÁN

Câu 1:





1) $B = \frac{6}{7}$

2) $A = \frac{2}{x + \sqrt{x} + 1}$

3) $0 \leq x < 1$ hoặc $x \geq 9$

Câu 2: $\overline{ab} = 25$

Câu 3:

1) $x = 1$

2) a) $m \in \{-6; 2\}$

b) $m \in \{-4; 2\}$

Câu 4:

1) CM: ΔKNO đồng dạng ΔKHC

2) CM: $\Delta OHNC$ và ΔOHC nội tiếp đường tròn đường kính OC

3) CM: I là tâm đường tròn nội tiếp ΔMNC

4) $MC = ME = R$

Câu 5:

$$P = \left(a + \frac{4}{a}\right) + \left(b + \frac{9}{b}\right) + (a + 2b)$$

$$P_{\min} = 18 \Leftrightarrow a = 2; b = 3$$

Đề 3

Câu I: (2,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt[3]{-55} - \sqrt{81} - \sqrt[3]{-27} + 67$

b) $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt[3]{(\sqrt{3} - 5)^3}$

2. Cho biểu thức: $P = \frac{a + b - 2\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} : \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$

a) Tìm điều kiện của a và b để P xác định

b) Rút gọn biểu thức P .

Câu II: (1,5 điểm)

1. Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 2)x + m + 3$.

a/ Tìm điều kiện của m để hàm số nghịch biến.

b/ Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

c/ Tìm m để đồ thị hàm số trên và các đường thẳng $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ đồng quy.

2. Tìm các giá trị của a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $M(-2; 8)$.

Câu III: (1,5 điểm)

1. Giải phương trình $5x^2 + 7x + 2 = 0$





2. Cho phương trình bậc hai ẩn số x : $x^2 - 2mx - m^2 - 1 = 0$. (1)

a/ Chứng minh phương trình (1) luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

b/ Tìm m thỏa mãn hệ thức $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{5}{2}$.

Câu IV: (1,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$

2. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 4 \\ x - my = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện

$x + y = \frac{8}{m^2 + 1}$. Khi đó hãy tìm các giá trị của x và y

Câu V: (3,0 điểm) Cho hình vuông ABCD, điểm E thuộc cạnh BC. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với DE, đường thẳng này cắt các đường thẳng DE và DC theo thứ tự ở H và K

a) Chứng minh rằng BHCD là tứ giác nội tiếp

b) Tính góc $\widehat{CHK}$

c) Chứng minh $KC.KD = KH.KB$

d) Khi điểm E chuyển động trên cạnh BC thì điểm H chuyển động trên đường nào?

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1.

$$a) \sqrt[3]{-55 - \sqrt{81}} - \sqrt[3]{-27 + 67} = \sqrt[3]{-55 - 9} - \sqrt[3]{-3 + 67} = \sqrt[3]{-64} - \sqrt[3]{64} = -4 - 8 = -12$$

$$b) \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt[3]{(\sqrt{3} - 5)^3} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} - \sqrt[3]{(\sqrt{3} - 5)^3} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} + 5 = 4$$

2.

a) P xác định khi $a \geq 0$; $b \geq 0$; $a \neq b$

$$b) P = \frac{a + b - 2\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} : \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \cdot \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{1} = (\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$$

Câu 2:

1. a) Hàm số nghịch biến khi $m-2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$

b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3 nên ta thay $x=3$; $y=0$ vào hàm số ta có: $(m -$

$$2).3 + m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$$





c) Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Để đồ thị các hàm số trên đồng quy thì đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$ phải đi qua điểm $(1; 1)$ ta có $1 = m - 2 + m + 3$ suy ra $m = 0$

2. Thay $x = -2$; $y = 8$ vào hàm số ta có: $8 = a \cdot (-2)^2$ suy ra $a = 2$

Vậy với $a = 2$ thì đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $M(-2; 8)$.

Câu 3:

1. Phương trình $5x^2 + 7x + 2 = 0$ có $a+b+c=5-7+2=0$ nên $x_1 = -1$; $x_2 =$

$$\frac{-c}{a} = -\frac{2}{5}$$

2. a) Phương trình có $\Delta' = (-m)^2 - 1(-m^2 - 1) = 2m^2 + 1 > 0 \quad \forall m$

Nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

b) Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

Theo ĐL Viets ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m & (2) \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 1 & (3) \end{cases}$$

Theo đầu bài:
$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = -\frac{5}{2} \quad (4)$$

Thế (2); (3) vào (4) ta có:

$$\frac{(2m)^2 - 2 \cdot (-m^2 - 1)}{-m^2 - 1} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2(6m^2 + 2) = -5(-m^2 - 1) \Leftrightarrow 7m^2 = 1 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{7}$$

Suy ra $m = \pm \sqrt{\frac{1}{7}}$

Câu 4:

1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -3x + 9y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

2. $x = my + 1$ thế vào (1) ta có $m(my + 1) + y = 4 \Leftrightarrow (m^2 + 1)y = 4 - m \Rightarrow y = \frac{4 - m}{m^2 + 1}$

(vì $m^2 + 1 \neq 0$ với mọi m)

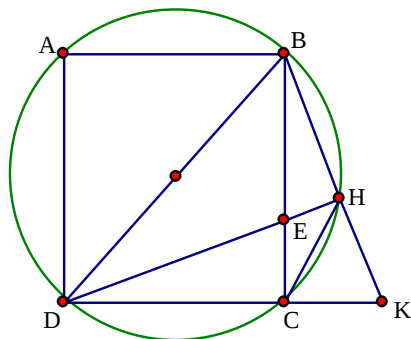
Do đó $x = \frac{m(4 - m)}{m^2 + 1} + 1 = \frac{4m + 1}{m^2 + 1}$

$$x + y = \frac{8}{m^2 + 1} \Leftrightarrow \frac{4m + 1}{m^2 + 1} + \frac{4 - m}{m^2 + 1} = \frac{8}{m^2 + 1} \Leftrightarrow 3m = 3 \Leftrightarrow m = 1$$



$$\text{Khi đó } x = \frac{4 \cdot 1 + 1}{1^2 + 1} = \frac{5}{2}; y = \frac{4 - 1}{1^2 + 1} = \frac{3}{2}$$

Câu 5:



a) $\widehat{BHD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$ nên tứ giác BHCD là tứ giác nội tiếp

b) BHCD là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BDC} = \widehat{CHK}$ (cùng bù với $\widehat{BHC}$)

$\widehat{BDC} = 45^\circ$ (t/c hình vuông) nên $\widehat{CHK} = 40^\circ$

c) $\triangle KHC \sim \triangle KDB$ (g-g) nên $\frac{KH}{KD} = \frac{KC}{KB} \Leftrightarrow KC \cdot KD = KH \cdot KB$

d) BHCD là tứ giác nội tiếp có $\widehat{DHC} = \widehat{BDC} = 45^\circ$ nên H thuộc cung chứa góc 45° vẽ trên đoạn CD cố định

Khi $E \equiv C$ thì $H \equiv C$; $E \equiv B$ thì $H \equiv B$

Vậy khi điểm E chuyển động trên cạnh BC thì điểm H chuyển động trên cung BC nhỏ của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BHCD.

ĐỀ 4

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Không dùng máy tính, hãy rút gọn biểu thức sau:

$$A = (\sqrt{22} + 7\sqrt{2})\sqrt{30 - 7\sqrt{11}}$$

b) Rút gọn biểu thức sau:

$$B = \left(\frac{x}{\sqrt{x-2}} - \frac{x-1}{\sqrt{x+2}} - \frac{\sqrt{x+6}}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} - 1 \right)$$

Câu 2 (1,5 điểm).

$$\text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} 17x + 2y = 2011 \\ |xy| \\ x - 2y = 3xy. \end{cases}$$

Câu 3 (1,5 điểm). Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ 2 làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó thì mấy giờ xong.

Câu 4 (1,5 điểm). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 3x - 26 = 0$.





a) Hãy tính giá trị của biểu thức: $C = x_1(x_2 + 1) + x_2(x_1 + 1)$.

b) Lập phương trình bậc hai nhận $y_1 = \frac{1}{x_1 + 1}$ và $y_2 = \frac{1}{x_2 + 1}$ là nghiệm.

Câu 5 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, vẽ đường cao AD và BE . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC .

a) Chứng minh: $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD}{HD}$

b) Chứng minh: $DH \cdot DA \leq \frac{BC^2}{4}$

c) Gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC .

Chứng minh rằng: $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$

Câu 6 (1,0 điểm).

Cho $0 < a, b, c < 1$. Chứng minh rằng: $2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{22} + 7\sqrt{2})\sqrt{30 - 7\sqrt{11}} = (\sqrt{11} + 7)\sqrt{60 - 14\sqrt{11}} \\ &= (\sqrt{11} + 7)\sqrt{(7 - \sqrt{11})^2} \\ &= (\sqrt{11} + 7)(7 - \sqrt{11}) \\ &= 7^2 - (\sqrt{11})^2 = 38 \end{aligned}$$

Điều kiện xác định của B: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$

$$A = \frac{x(\sqrt{x} + 2) - (x - 1)(\sqrt{x} - 2) - (\sqrt{x} + 6)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} : \frac{\sqrt{x} + 2 - (\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2}$$





$$\begin{aligned}
 &= \frac{x\sqrt{x} + 2x - (x\sqrt{x} - 2x - \sqrt{x} + 2) - \sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} : \frac{\sqrt{x} + 2 - \sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \\
 &= \frac{4x - 8}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{4} \\
 &= \frac{x - 2}{\sqrt{x} + 2}
 \end{aligned}$$

Câu 2:

$$\text{Nếu } xy > 0 \text{ thì (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = 2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1007}{9} \\ \frac{1}{x} = \frac{490}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{490} \\ y = \frac{9}{1007} \end{cases} \text{ (phù hợp)}$$

$$\text{Nếu } xy < 0 \text{ thì (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = -2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{-1004}{9} \\ \frac{1}{x} = -\frac{1031}{18} \end{cases} \Rightarrow xy > 0 \text{ (loại)}$$

Nếu $xy = 0$ thì (1) $\Leftrightarrow x = y = 0$ (nhận).

KL: Hệ có đúng 2 nghiệm là $(0; 0)$ và $\left(\frac{9}{490}; \frac{9}{1007}\right)$

$$\text{Nếu } xy > 0 \text{ thì (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = 2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1007}{9} \\ \frac{1}{x} = \frac{490}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{490} \\ y = \frac{9}{1007} \end{cases} \text{ (phù hợp)}$$

Câu 3:

Gọi thời gian làm một mình xong công việc của thứ nhất là x (h, $x > 7,2$)

Thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y (giờ, $y > 7,2$)

Trong 1 giờ, người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (cv); người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (cv) & cả hai làm được $\frac{5}{36}$ (cv)

$\Rightarrow$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Giải hệ được $x = ; y =$

Vậy

Câu 4:



a) Do x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho nên theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}, x_1 x_2 = -13$

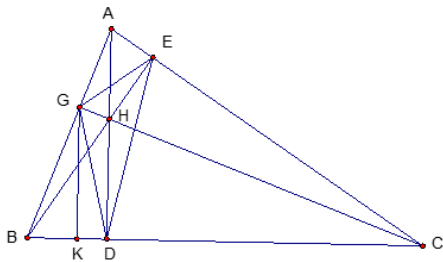
Ta có $C = x_1 x_2 + x_1 + x_1 x_2 + x_2$

$$\begin{aligned} &= 2x_1 x_2 + x_1 + x_2 = 2(-13) + \left(-\frac{3}{2}\right) \\ &= -26 - \frac{3}{2} = -\frac{55}{2} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{cases} y_1 + y_2 = \frac{-1}{27} \\ y_1 \cdot y_2 = \frac{-2}{27} \end{cases}$$

→ y_1 và y_2 là nghiệm của pt: $y^2 + \frac{1}{27}y - \frac{2}{27} = 0$

Câu 5:



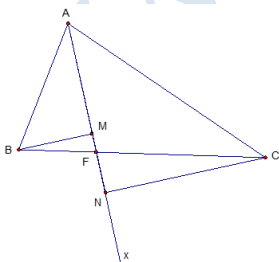
$$\text{Ta có } \tan B = \frac{AD}{BD}; \tan C = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot DC} \quad (1)$$

Xét 2 tam giác vuông ADC và BDH có $\angle DAC = \angle DBH$ vì cùng phụ với góc C nên ta có :

$$\triangle ADC \sim \triangle BDH \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DH} \Rightarrow AD \cdot DH = BD \cdot DC \Rightarrow \frac{AD^2}{BD \cdot DC} = \frac{AD}{HD} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow \tan B \cdot \tan C = \frac{AD}{HD}.$$

$$\text{Theo câu a. ta có: } DH \cdot DA = BD \cdot DC \leq \frac{(DB + DC)^2}{4} = \frac{BC^2}{4}$$



Gọi Ax là tia phân giác góc A, kẻ BM; CN lần lượt vuông góc với Ax





Ta có $\sin MAB = \sin \frac{A}{2} = \frac{BM}{AB}$ suy ra $BM = c \cdot \sin \frac{A}{2}$

Tương tự $CN = b \cdot \sin \frac{A}{2}$ do đó $BM + CN = (b + c) \cdot \sin \frac{A}{2}$

Mặt khác ta luôn có: $BM + CN \leq BF + FC = BC = a$

Nên $(b + c) \cdot \sin \frac{A}{2} \leq a \Rightarrow \sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{b + c} \leq \frac{a}{2\sqrt{b \cdot c}}$

Câu 6

Do $a < 1 \Rightarrow a^2 < 1$ và $b < 1$

Nên $(1 - a^2) \cdot (1 - b) > 0 \Rightarrow 1 + a^2b - a^2 - b > 0$

Hay $1 + a^2b > a^2 + b$

Mặt khác $0 < a, b < 1 \Rightarrow a^2 > a^3$; $b > b^3$

$$\Rightarrow b + a^2 > a^3 + b^3$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 < 1 + a^2b$$

Tương tự ta có

$$b^3 + c^3 < 1 + b^2c$$

$$a^3 + c^3 < 1 + c^2a$$

$$\text{Vậy } 2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$$



HOC247

Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website HOC247 cung cấp một môi trường học trực tuyến sinh động, nhiều tiện ích thông minh, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bị – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ GV Giỏi, Kinh nghiệm từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa luyện thi THPTQG các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi HSG lớp 9 và luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán các trường PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An và các trường Chuyên khác cùng TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn.

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học và Tổ Hợp dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn cùng đội HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

*HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí*

- **HOC247 NET:** Website học miễn phí các bài học theo chương trình SGK từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm miễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh Youtube cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.

