



TRƯỜNG THCS TRUNG CHÂU

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT NĂM 2021

MÔN TOÁN

(Thời gian làm bài: 120 phút)

ĐỀ 1

Câu 1.

1) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = 3\sqrt{49} - \sqrt{25}$$

$$B = \sqrt{(3-2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20}$$

2) Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3}$ với $x > 0; x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm giá trị của x để $P = 1$.

Câu 2.

1) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$.

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy .

b) Viết phương trình đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ song song với (d) và cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng -2 .

2) Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m + 8 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = -8$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1; x_2$ thỏa $x_1^3 - x_2 = 0$.

Câu 4: Nông trường cao su Minh Hưng phải khai thác 260 tấn mủ trong một thời gian nhất định. Trên thực tế, mỗi ngày nông trường đều khai thác vượt định mức 3 tấn. Do đó, nông trường đã khai thác được 261 tấn và song trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nông trường khai thác được bao nhiêu tấn mủ cao su.

Câu 5.

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của OA , qua C kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt M và N . Trên cung nhỏ BM lấy điểm K (K khác B và M). Gọi H là giao điểm của AK và MN .

a) Chứng minh tứ giác $BCHK$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $AK \cdot AH = R^2$.

ĐÁP ÁN

Câu 1.





$$1) A = 3\sqrt{49} - \sqrt{25}$$

$$A = 3\sqrt{7^2} - \sqrt{5^2}$$

$$A = 3 \cdot 7 - 5$$

$$A = 21 - 5$$

$$A = 16$$

$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20}$$

$$B = |3 - 2\sqrt{5}| - \sqrt{2^2 \cdot 5}$$

$$B = -(3 - 2\sqrt{5}) - 2\sqrt{5}$$

$$B = -3 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$

$$B = -3$$

2. a) Rút gọn biểu thức P .

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$P = \left(\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$P = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$P = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+1}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) \cdot 3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$P = \frac{3}{\sqrt{x}-1}$$

b) Tìm giá trị của x để $P = 1$.

$$P = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-1} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 4$$



$$\Leftrightarrow x = 16$$

Vậy $x = 16$ thì $P = 1$.

Câu 2.

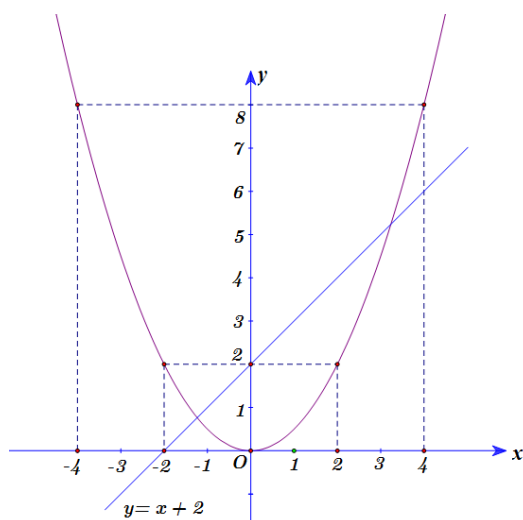
a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy .

Bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là đường Parabol đi qua các điểm $(-4;8); (-2;2); (0;0); (2;2); (4;8)$ và nhận Oy làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số $y = x + 2$ là đường thẳng đi qua điểm $(0;2)$ và điểm $(-2;0)$



b) Vì đường thẳng (d_1): $y = ax + b$ song song với (d) nên ta có phương trình của đường thẳng (d_1): $y = x + b$ ($b \neq 2$)

Gọi $A(-2; y_A)$ là giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d_1).

$$\Rightarrow A \in (P)$$

$$\Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = 2$$

$$\Rightarrow A(-2; 2)$$

Mặt khác, $A \in (d_1)$, thay tọa độ của điểm A vào phương trình đường thẳng (d_1), ta được:

$$2 = -2 + b \Leftrightarrow b = 4 \text{ (nhận)}$$

Vậy phương trình đường thẳng (d_1): $y = x + 4$

2) Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$





$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; 1)$

Câu 3

a) Thay $m = -8$ vào phương trình (1), ta được: $x^2 - (-8 + 2)x - 8 + 8 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \end{cases}$$

Vậy $m = -8$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm: $x = -6; x = 0$

$$b) \Delta = (m + 2)^2 - 4(m + 8) = m^2 + 4m + 4 - 4m - 32 = m^2 - 28$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt khi $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 28 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ m + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2\sqrt{7} \text{ hoặc } m > 2\sqrt{7} \\ m > -2 \\ m > -8 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2\sqrt{7}$$

Theo đề bài, ta có:

$$x_1^3 - x_2 = 0 \Leftrightarrow x_1^3 = x_2 \Leftrightarrow x_1 x_2 = x_1^4 = m + 8 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt[4]{m + 8} \Rightarrow x_2 = \sqrt[4]{(m + 8)^3}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = m + 2 \Leftrightarrow \sqrt[4]{m + 8} + \sqrt[4]{(m + 8)^3} = m + 8 - 6$$

Đặt $\sqrt[4]{m + 8} = t \ (t \geq 0)$, ta có: $t + t^3 = t^4 - 6$

$$\Leftrightarrow t^4 - t^3 - t - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^4 - 16 - (t^3 + t - 10) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t^2 - 4)(t^2 + 4) - (t^3 - 8 + t - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 2)(t + 2)(t^2 + 4) - [(t - 2)(t^2 + 2t + 4) + (t - 2)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 2)(t + 2)(t^2 + 4) - (t - 2)(t^2 + 2t + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 2)(t^3 + 2t^2 + 4t + 8 - t^2 - 2t - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 2)(t^3 + t^2 + 2t + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 2 \ (\text{vì } t \geq 0 \Rightarrow t^3 + t^2 + 2t + 3 > 0)$$



$$\Rightarrow \sqrt[4]{m+8} = 2 \Leftrightarrow m+8 = 2^4 = 16 \Leftrightarrow m = 8 \text{ (nhận)}$$

Câu 4

Gọi số tấn mủ cao su mỗi ngày nông trường khai thác được là x (tấn)

(Điều kiện: $0 < x < 260$)

Thời gian dự định khai thác mủ cao su của nông trường là: $\frac{260}{x}$ (ngày)

Trên thực tế, mỗi ngày nông trường khai thác được: $x+3$ (tấn)

Thời gian thực tế khai thác mủ cao su của nông trường là: $\frac{261}{x+3}$ (ngày)

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{261}{x+3} + 1 = \frac{260}{x}$

$$\Rightarrow \frac{261x}{x(x+3)} + \frac{x(x+3)}{x(x+3)} = \frac{260(x+3)}{x(x+3)}$$

$$\Rightarrow 261x + x(x+3) = 260(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 261x + x^2 + 3x = 260x + 780$$

$$\Leftrightarrow 261x + x^2 + 3x - 260x - 780 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 780 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = 4 + 780 = 784 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{784} = 28$$

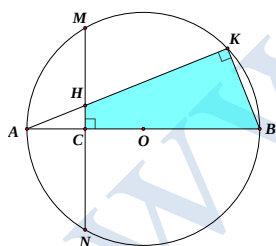
Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-2+28}{1} = 26 \text{ (nhận)} \text{ hoặc } x_2 = \frac{-2-28}{1} = -30 \text{ (loại)}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày nông trường cao su khai thác 26 tấn.

Câu 5

a) Chứng minh tứ giác $BCHK$ nội tiếp đường tròn.



Vì $AB \perp HC$ tại C nên $BCH = 90^\circ$;

Ta có: $AKB = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BKH = 90^\circ$

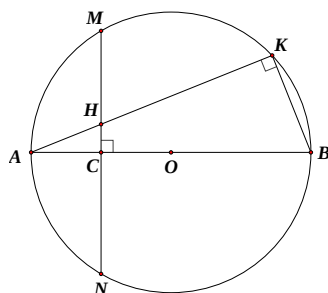
Xét tứ giác $BCHK$ có: $BCH + BKH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà $BCH; BKH$ là hai góc đối nhau.

Suy ra: Tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.



b) Chứng minh $AK.AH = R^2$.



Xét $\triangle ACH$ và $\triangle AKB$ có:

$$\angle ACH = \angle AKB = 90^\circ;$$

$\angle BAK$ là góc chung;

Do đó: $\triangle ACH \sim \triangle AKB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{AK}$$

$$\Rightarrow AH.AK = AB.AC = 2R \cdot \frac{R}{2} = R^2$$

Vậy $AK.AH = R^2$

ĐỀ 2

Bài 1

Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$

2) $(x^2 + 2x)^2 - 6x^2 - 12x + 9 = 0$

3)
$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$$

Bài 2 Cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + m - 1$ (m là tham số)

1) Vẽ đồ thị (P) .

2) Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm phân biệt của (d) và (P) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $x_A > 0$ và $x_B > 0$.

Bài 3 Cho phương trình: $x^2 + ax + b + 2 = 0$ (a, b là tham số).

Tìm các giá trị của tham số a, b để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 28 \end{cases}$$



Bài 4

Một tổ công nhân theo kế hoạch phải làm 140 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện năng suất của tổ đã vượt năng suất dự định là 4 sản phẩm mỗi ngày. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 4 ngày. Hỏi thực tế mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm.

Bài 5

Cho đường tròn $(O; R)$. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn $(O; R)$ sao cho $OM = 2R$, vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Lấy một điểm N tùy ý trên cung nhỏ AB . Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của N trên AB, AM, BM .

1) Tính diện tích tứ giác $MAOB$ theo R .

2) Chứng minh: $NIH = NBA$.

3) Gọi E là giao điểm của AN và IH , F là giao điểm của BN và IK . Chứng minh tứ giác $IENF$ nội tiếp được trong đường tròn.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4.10 = 9 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt:
$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + \sqrt{9}}{2.1} = 5 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - \sqrt{9}}{2.1} = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 5; x_2 = 2$

2)

$$(x^2 + 2x)^2 - 6x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x)^2 - 6(x^2 + 2x) + 9 = 0 \quad (*)$$

Đặt $x^2 + 2x = t$. Khi đó ta có phương trình

$$(*) \Leftrightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow (t - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 3) - (x + 3) = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{-3; 1\}$.



3) Ta có: $\begin{cases} 4x - y = 7 \\ 5x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 9 \\ y = 4x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \cdot 1 - 7 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -3)$.

Bài 2.

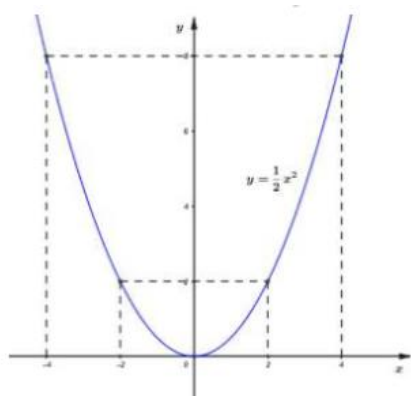
1) Vẽ đồ thị hàm số $(P): y = \frac{1}{2}x^2$

Ta có bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$(P): y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Vậy đồ thị hàm số $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-4; 8), (-2; 2), (0; 0), (2; 2), (4; 8)$

Đồ thị hàm số $(P): y = \frac{1}{2}x^2$



2) Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm phân biệt của (d) và (P) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $x_A > 0$ và $x_B > 0$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số (d) và (P) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x + m - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2m + 2 = 0 \quad (*)$$

Theo đề bài ta có: (d) cắt (P) tại hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ phân biệt

$$\Leftrightarrow (*) \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - (-2m + 2) > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow 2m > 1 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$$

Vậy với $m > \frac{1}{2}$ thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm x_A, x_B phân biệt.





Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_A + x_B = 2 \\ x_A \cdot x_B = -2m + 2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} x_A > 0 \\ x_B > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B > 0 \\ x_A x_B > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 > 0 \forall m \\ -2m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2m > -2 \Leftrightarrow m < 1$$

Kết hợp các điều kiện của m ta được $\frac{1}{2} < m < 1$.

Vậy $\frac{1}{2} < m < 1$ thỏa mãn bài toán.

Bài 3.

$$x^2 + ax + b + 2 = 0.$$

$$\text{Ta có } \Delta = a^2 - 4(b + 2) = a^2 - 4b - 8.$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow a^2 - 4b - 8 > 0$ (*).

Khi đó, áp dụng định lý Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b + 2 \end{cases}.$$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 28 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ (x_1 - x_2)^3 + 3x_1 x_2 (x_1 - x_2) = 28 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ 4^3 + 12x_1 x_2 = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Mà } x_1 x_2 = b + 2 \Rightarrow b + 2 = -3 \Leftrightarrow b = -3 - 2 = -5.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 - x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 = 4 - a \\ 2x_2 = -a - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4 - a}{2} \\ x_2 = \frac{-a - 4}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 = -3 \Leftrightarrow \frac{4 - a}{2} \left(\frac{-a - 4}{2} \right) = -3$$

$$\Leftrightarrow (4 - a)(a + 4) = 12$$

$$\Leftrightarrow 16 - a^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}.$$

Với $a^2 = 4, b = -5 \Rightarrow a^2 - 4b - 8 = 4 - 4(-5) - 8 = 16 > 0 \Rightarrow$ thỏa mãn điều kiện (*).



Vậy có 2 cặp số $(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $(a;b) = (2;-5)$ hoặc $(a;b) = (-2;-5)$.

Chú ý: Khi tìm được cặp số $(a;b)$ phải đối chiếu lại với điều kiện.

Bài 4

Gọi số sản phẩm thực tế mỗi ngày tổ công nhân sản xuất được là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*, x > 4$)

$\Rightarrow$ Thời gian thực tế mà tổ công nhân hoàn thành xong 140 sản phẩm là: $\frac{140}{x}$ (ngày).

Theo kế hoạch mỗi ngày tổ công nhân đó sản xuất được số sản phẩm là: $x - 4$ (sản phẩm)

$\Rightarrow$ Thời gian theo kế hoạch mà tổ công nhân hoàn thành xong 140 sản phẩm là: $\frac{140}{x-4}$ ngày.

Theo đề bài ta có thời gian thực tế hoàn thành xong sớm hơn so với thời gian dự định là 4 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{140}{x-4} - \frac{140}{x} = 4$$

$$\Leftrightarrow 140x - 140(x-4) = 4x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 35x - 35(x-4) = x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 35x - 35x + 140 = x^2 - 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 140 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 10x - 140 = 0$$

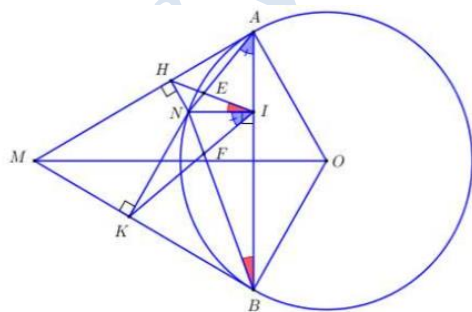
$$\Leftrightarrow x(x-14) + 10(x-14) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+10)(x-14) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+10=0 \\ x-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10 \text{ (ktm)} \\ x=14 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy thực tế mỗi ngày tổ công nhân đã làm được 14 sản phẩm.

Bài 5



1. Tính diện tích tứ giác MAOB theo R.

Xét tam giác OAM và tam giác OBM ta có:





$$OA = OB (= R);$$

OM chung;

$MA = MB$ (Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau);

$$\Rightarrow \triangle OAM = \triangle OBM \text{ (c.c.c)} \Rightarrow S_{\triangle OAM} = S_{\triangle OBM}$$

$$\Rightarrow S_{MAOB} = S_{\triangle OAM} + S_{\triangle OBM} = 2S_{\triangle OBM}$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông OAM ta có:

$$AM^2 = OM^2 - OA^2 = (2R)^2 - R^2 = 3R^2 \Rightarrow AM = R\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow S_{MAOB} = 2S_{\triangle OAM} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot AM = R \cdot R\sqrt{3} = R^2\sqrt{3} \text{ (đvdt)}.$$

2) Chứng minh $NIH = NBA$

Xét tứ giác $AINH$ có: $AIN + AHN = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AINH$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

$$\Rightarrow NIH = NAH \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } HN \text{)}.$$

Mà $NAH = NBA$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung AN của (O))

$$\Rightarrow NIH = NBA (= NAH) \text{ (đpcm)}.$$

3. Gọi E là giao điểm của AN và IH , F là giao điểm của BN và IK . Chứng minh tứ giác $IENF$ nội tiếp được trong đường tròn.

Xét tứ giác $NIBK$ ta có $NIB + NKB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này là hai góc đối diện

$$\Rightarrow NIBK \text{ là tứ giác nội tiếp.}$$

$$\Rightarrow KBN = NIK$$

Xét đường tròn (O) ta có: $KBN = NAB$

$$\Rightarrow NIK = NAB (= KBN)$$

Xét $\triangle ANB$ ta có: $ANB + NAB + NBA = 180^\circ$

Lại có: $NIH = NAB = NIE$; $NIK = NAB = NIF$; $ANB = ENF$

$$\Rightarrow ENF + EIN + NIF = ENF + EIF = 180^\circ$$

Mà ENF, EIF là hai góc đối diện $\Rightarrow$ Tứ giác $NEIF$ là tứ giác nội tiếp.

Đề 3

Câu 1





1. Giải phương trình: $3(x-1) = 5x + 2$.

2. Cho biểu thức: $A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ với $x \geq 1$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=5$.

b) Rút gọn biểu thức A khi $1 \leq x \leq 2$.

Câu 2

1. Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m = 0$. Tìm m để phương trình trên có một nghiệm bằng 2. Tính nghiệm còn lại.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba đường thẳng

$$d_1: y = 2x - 1; d_2: y = x; d_3: y = -3x + 2.$$

Tìm hàm số có đồ thị là đường thẳng d song song với đường thẳng d_3 đồng thời đi qua giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Câu 3: Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được $\frac{2}{3}$ công việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của mỗi đội là bao nhiêu?

Câu 4: Cho đường tròn tâm O , bán kính R và một đường thẳng d không cắt đường tròn (O). Dựng đường thẳng OH vuông góc với đường thẳng d tại điểm H . Trên đường thẳng d lấy điểm K (khác điểm H), qua K vẽ hai tiếp tuyến KA và KB với đường tròn (O), (A và B là các tiếp điểm) sao cho A và H nằm về hai phía của đường thẳng OK .

a) Chứng minh tứ giác $KAOH$ nội tiếp được trong đường tròn.

b) Đường thẳng AB cắt đường thẳng OH tại điểm I . Chứng minh rằng $IA \cdot IB = IH \cdot IO$ và I là điểm cố định khi điểm K chạy trên đường thẳng d cố định.

c) Khi $OK = 2R, OH = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác KAI theo R .

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1. Ta có

$$3(x-1) = 5x + 2 \Leftrightarrow 3x - 3 = 5x + 2 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = -\frac{5}{2}$.

2.

a) Khi $x=5$, ta có

$$A = \sqrt{5+2\sqrt{5-1}} + \sqrt{5-2\sqrt{5-1}}$$

$$= \sqrt{5+2\sqrt{4}} + \sqrt{5-2\sqrt{4}} = \sqrt{5+2 \cdot 2} + \sqrt{5-2 \cdot 2} = \sqrt{9} + \sqrt{1} = 3+1=4.$$

Vậy khi $x=5$ thì $A=4$.

b) Với $1 \leq x \leq 2$, ta có





$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} \\
 &= \sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1} + \sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1} \\
 &= \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} \\
 &= |\sqrt{x-1}+1| + |\sqrt{x-1}-1| \\
 &= \sqrt{x-1}+1+1-\sqrt{x-1} \quad (1 \leq x \leq 2 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x-1} \leq 1 \Rightarrow \sqrt{x-1}-1 \leq 0) \\
 &= 2.
 \end{aligned}$$

Vậy khi $1 \leq x \leq 2$ thì $A = 2$.

Câu 2.

1. $x^2 - (m-1)x - m = 0. \quad (1)$

Thay $x = 2$ vào phương trình (1) ta được

$$2^2 - (m-1) \cdot 2 - m = 0 \Leftrightarrow 4 - 2m + 2 - m = 0 \Leftrightarrow 3m = 6 \Leftrightarrow m = 2.$$

Thay $m = 2$ vào phương trình (1) ta được

$$x^2 - x - 2 = 0.$$

Ta có các hệ số: $a - b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = -1$; $x_2 = 2$.

Vậy với $m = 2$ phương trình đã cho có một nghiệm bằng 2, nghiệm còn lại là -1.

2. Phương trình đường thẳng $d : ax + b \ (a, b \in \mathbb{R})$.

$$d \parallel d_3 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \neq 2 \end{cases} \Rightarrow d : y = -3x + b, \ (b \neq 2).$$

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x - 1 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1;1)$$

$$A(1;1) \in d : y = -3x + b \Rightarrow 1 = -3 \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = 4 \quad (\text{TM}).$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $d : y = -3x + 4$.

Câu 3

Gọi thời gian đội thứ nhất làm riêng hoàn thành công việc là x (giờ, $x > 5$).

Thời gian đội thứ hai làm riêng hoàn thành công việc là y (giờ, $y > 0$).

Mỗi giờ đội thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc, đội thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Trong 4 giờ đội thứ nhất làm được $\frac{4}{x}$ công việc, đội thứ hai làm được $\frac{4}{y}$ công việc.

Theo đề ta có hệ phương trình



$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} & (1) \\ x - y = 5 & (2) \end{cases}$$

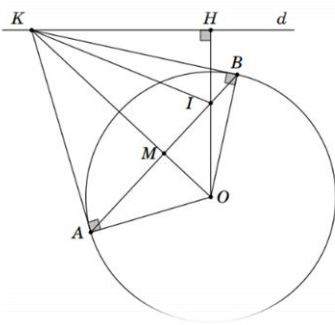
(2) $\Leftrightarrow x = y + 5$ thế vào (1) ta được

$$\frac{4}{y+5} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 6y + 6(y+5) = y(y+5)$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 7y - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \text{ (ktm)} \\ y = 10 \Rightarrow x = 15 \end{cases}$$

Vậy nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ nhất là 15 giờ, đội thứ hai là 10 giờ.

Câu 4



a) Ta có $\angle KAO = 90^\circ$ ($KA \perp AO$),

$$\angle KHO = 90^\circ \text{ (} OH \perp KH \text{)}$$

Xét tứ giác $KAOH$ có $\angle KAO + \angle KHO = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có $\angle KBO + \angle KAO = 180^\circ$ nên $KAOB$ là tứ giác nội tiếp và đỉnh H, B, A cùng nhìn cạnh OK dưới một góc vuông nên năm điểm K, A, B, O, H cùng thuộc đường tròn đường kính OK

Xét tam giác IAH và tam giác IOB có $\angle HIA = \angle BIO$ (đối đỉnh) và $\angle AHI = \angle ABO$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AO). Do đó $\triangle IAH \sim \triangle IOB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{IA}{IH} = \frac{IO}{IB} \Rightarrow IA \cdot IB = IH \cdot IO$.

Xét tứ giác $AOBH$ có $\angle OHB$ là góc nội tiếp chắn cung OB , $\angle OBA$ là góc nội tiếp chắn cung OA ; Mà $OA = OB = R$ nên $\angle OHB = \angle OBA$.

Xét $\triangle OIB$ và $\triangle OBH$ có $\angle BOH$ góc chung và $\angle OHB = \angle OBA$ (cmt).

$$\text{Do đó } \triangle OIB \sim \triangle OBH \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{OI}{OB} = \frac{OB}{OH} \Rightarrow OI = \frac{OB^2}{OH} = \frac{R^2}{OH}.$$

Ta lại có đường thẳng d cố định nên OH không đổi ($OH \perp d$).

Vậy điểm I cố định khi K chạy trên đường thẳng d cố định.

c) Gọi M là giao điểm của OK và AB

Theo tính chất tiếp tuyến ta có $KA = KB$;

Lại có $OA = OB = R$ nên OK là đường trung trực của AB , suy ra $AB \perp OK$ tại M và $MA = MB$.





Theo câu b) ta có $OI = \frac{R^2}{OH} = \frac{R^2}{R\sqrt{3}} = \frac{R}{\sqrt{3}}$.

Xét $\triangle OAK$ vuông tại A , có

$$OA^2 = OM \cdot OK \Leftrightarrow OM = \frac{OA^2}{OK} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

Suy ra $KM = OK - OM = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$

$$AM^2 = OM \cdot KM = \frac{R}{2} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

Xét $\triangle OMI$ vuông tại M , có

$$MI = \sqrt{OI^2 - OM^2} = \sqrt{\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{3}}{6}$$

Suy ra $AI = AM + MI = \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R\sqrt{3}}{6} = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$

Diện tích $\triangle AKI$ là $S = \frac{1}{2} AI \cdot KM = \frac{1}{2} \cdot \frac{3R}{2} \cdot \frac{2R\sqrt{3}}{3} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$.

Đề 4

Câu 1: Vẽ đồ thị của hàm số $y = -2x^2$.

Câu 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - x - 20 = 0$

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

c) $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases}$

Câu 3

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 4m^2 - 8m + 3$ (m là tham số thực). Tìm các giá trị của m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn điều kiện $y_1 + y_2 = 10$.

b) Trong kỳ thi Tuyển sinh vào lớp 10 THPT năm 2019, tổng chỉ tiêu tuyển sinh của Trường THPT A và trường THPT B là 900 học sinh. Do cả hai trường đều có chất lượng giáo dục rất tốt nên sau khi hết hạn thời gian điều chỉnh nguyện vọng thì số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển vào Trường THPT A và Trường THPT B tăng lần lượt là 15% và 10% so với chỉ tiêu ban đầu. Vì vậy, tổng số thí sinh đăng ký dự tuyển của cả hai trường là 1010. Hỏi số lượng thí sinh đăng ký dự tuyển của mỗi trường là bao nhiêu?

Câu 4



Cho tam giác nhọn ABC ($AB > AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao BD và CE cắt nhau tại H (D thuộc AC , E thuộc AB). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC .

a) Chứng minh các tứ giác $BCDE$ và $AMON$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AE \cdot AM = AD \cdot AN$.

c) Gọi K là giao điểm của ED và MN , F là giao điểm của AO và MN , I là giao điểm của ED và AH . Chứng minh F là trực tâm của tam giác KAI .

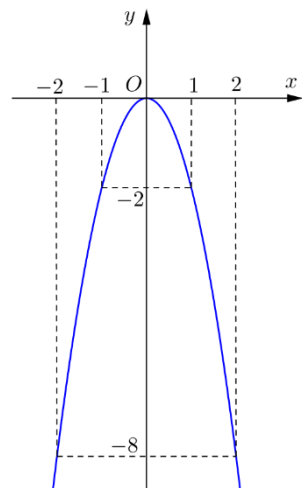
ĐÁP ÁN

Câu 1

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8

Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^2$



Câu 2

a) $x^2 - x - 20 = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81 > 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt là

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-(-1) + 9}{2 \cdot 1} = 5 \\ x_2 = \frac{-(-1) - 9}{2 \cdot 1} = -4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-4; 5\}$.

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$ (1)





Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$

Phương trình (1) trở thành $4t^2 - 5t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -1 \text{ (l)} \\ t_2 = \frac{9}{4} \text{ (n)} \end{cases}$

Với $t = \frac{9}{4}$ ta được $x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{3}{2} \right\}$.

$$c) \begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 5y = 40 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 39 \\ y = 2x - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(3, -2)$.

Câu 3

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2 = 2x + 4m^2 - 8m + 3$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 4m^2 + 8m - 3 = 0 (*)$$

(P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Delta' = (-1)^2 - (-4m^2 + 8m - 3) = 4m^2 - 8m + 4 = (2m - 2)^2 > 0 \text{ với mọi } m \neq 1$$

Ta có $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ là giao điểm của (d) và (P) nên $y_1 = x_1^2$; $y_2 = x_2^2$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$

$$\text{Áp dụng định lý Vi - et đối với } (*): \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -4m^2 + 8m - 3 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có

$$y_1 + y_2 = 10 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (-2)^2 - 2(-4m^2 + 8m - 3) = 10$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 - 16m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (nhận)} \\ m = 2 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy $m = 0$ hoặc $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Gọi x, y (thí sinh) lần lượt là chỉ tiêu của trường THPT A và THPT B $x, y \in \mathbb{N}^*$ và $x, y \leq 900$

Tổng chỉ tiêu tuyển sinh của Trường THPT A và trường THPT B là 900 học sinh:



$$x + y = 900 \quad (1)$$

Số thí sinh thí sinh đăng ký dự tuyển vào Trường THPT A là $x + x.15\% = 1,15x$ (thí sinh)

Số thí sinh thí sinh đăng ký dự tuyển vào Trường THPT A là $y + y.10\% = 1,1y$ (thí sinh)

Tổng số thí sinh đăng ký dự tuyển của cả hai trường là 1010

$$1,15x + 1,1y = 1010 \quad (2)$$

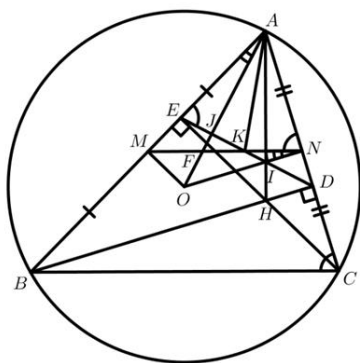
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,15x + 1,1y = 1010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases}$$

Số thí sinh thí sinh đăng ký dự tuyển vào Trường THPT A là $1,15x = 1,15.400 = 460$ thí sinh.

Số thí sinh thí sinh đăng ký dự tuyển vào Trường THPT A là $1,1y = 1,1.500 = 550$ thí sinh.

Câu 4



a) Ta có: $BEC = 90^\circ$, $BDC = 90^\circ$

$\Rightarrow E, D$ thuộc đường tròn đường kính BC .

$\Rightarrow$ Tứ giác $BCDE$ nội tiếp đường tròn đường kính BC .

Do M, N lần lượt là trung điểm AB và $AC \Rightarrow OM \perp AB, ON \perp AC \Rightarrow OMA = 90^\circ, ONA = 90^\circ$

Tứ giác $AMON$ có:

$OMA + ONA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà OMA và ONA là hai góc đối nhau

$\Rightarrow AMON$ là tứ giác nội tiếp.

b) Cách 1:

M, N lần lượt là trung điểm của $AB, AC \Rightarrow MN$ là đường trung bình của $\triangle ABC$

$\Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow ANM = ACB$ (so le trong) (1)

Mặt khác, ta có:

$ACB + BED = DCB + BED = 180^\circ$ (tứ giác $BCDE$ nội tiếp)

$AED + BED = 180^\circ$ (kề bù)





$$\Rightarrow \angle ACB = \angle AED \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle ANM = \angle AED$.

Xét $\triangle AMN$ và $\triangle ADE$ có:

$\hat{A}$: góc chung

$$\angle ANM = \angle AED.$$

$$\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ADE$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{AN}{AE} \Leftrightarrow AE \cdot AM = AD \cdot AN$$



HOC247

Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website HOC247 cung cấp một môi trường học trực tuyến sinh động, nhiều tiện ích thông minh, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bị – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ GV Giỏi, Kinh nghiệm từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa luyện thi THPTQG các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi HSG lớp 9 và luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán các trường PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An và các trường Chuyên khác cùng TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn.

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học và Tổ Hợp dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn cùng đội HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

*HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí*

- **HOC247 NET:** Website học miễn phí các bài học theo chương trình SGK từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm miễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh Youtube cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.

