



TRƯỜNG THCS HỒNG BÀNG

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 NĂM 2021

MÔN TOÁN

(Thời gian làm bài: 120 phút)

Đề 1

Bài 1

Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$

2) $(x^2 + 2x)^2 - 6x^2 - 12x + 9 = 0$

3)
$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$$

Bài 2 Cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + m - 1$ (m là tham số)1) Vẽ đồ thị (P) .2) Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm phân biệt của (d) và (P) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $x_A > 0$ và $x_B > 0$.**Bài 3** Cho phương trình: $x^2 + ax + b + 2 = 0$ (a, b là tham số).Tìm các giá trị của tham số a, b để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 28 \end{cases}$$

Bài 4

Một tổ công nhân theo kế hoạch phải làm 140 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện năng suất của tổ đã vượt năng suất dự định là 4 sản phẩm mỗi ngày. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 4 ngày. Hỏi thực tế mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm.

Bài 5

Cho đường tròn $(O; R)$. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn $(O; R)$ sao cho $OM = 2R$, vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Lấy một điểm N tùy ý trên cung nhỏ AB . Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của N trên AB, AM, BM .

1) Tính diện tích tứ giác $MAOB$ theo R .2) Chứng minh: $NIH = NBA$.3) Gọi E là giao điểm của AN và IH , F là giao điểm của BN và IK . Chứng minh tứ giác $IENF$ nội tiếp được trong đường tròn.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4.10 = 9 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt:
$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + \sqrt{9}}{2.1} = 5 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - \sqrt{9}}{2.1} = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 5; x_2 = 2$

2)

$(x^2 + 2x)^2 - 6x^2 - 12x + 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 + 2x)^2 - 6(x^2 + 2x) + 9 = 0$ (*)

Đặt $x^2 + 2x = t$. Khi đó ta có phương trình

(*) $\Leftrightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow (t - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x(x + 3) - (x + 3) = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{-3; 1\}$.

3) Ta có: $\begin{cases} 4x - y = 7 \\ 5x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 9 \\ y = 4x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4.1 - 7 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -3)$.

Bài 2.

1) Vẽ đồ thị hàm số (P): $y = \frac{1}{2}x^2$

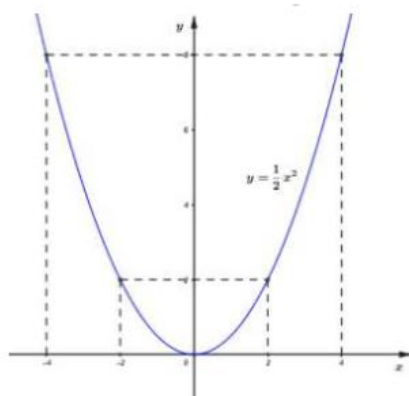
Ta có bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
(P): $y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Vậy đồ thị hàm số (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-4; 8), (-2; 2), (0; 0), (2; 2), (4; 8)$

Đồ thị hàm số (P): $y = \frac{1}{2}x^2$





2) Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm phân biệt của (d) và (P) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $x_A > 0$ và $x_B > 0$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số (d) và (P) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x + m - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2m + 2 = 0 \quad (*)$$

Theo đề bài ta có: (d) cắt (P) tại hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ phân biệt

$$\Leftrightarrow (*) \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - (-2m + 2) > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow 2m > 1 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$$

Vậy với $m > \frac{1}{2}$ thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm x_A, x_B phân biệt.

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_A + x_B = 2 \\ x_A \cdot x_B = -2m + 2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} x_A > 0 \\ x_B > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B > 0 \\ x_A x_B > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 > 0 \forall m \\ -2m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2m > -2 \Leftrightarrow m < 1$$

Kết hợp các điều kiện của m ta được $\frac{1}{2} < m < 1$.

Vậy $\frac{1}{2} < m < 1$ thỏa mãn bài toán.

Bài 3.

$$x^2 + ax + b + 2 = 0.$$

Ta có $\Delta = a^2 - 4(b + 2) = a^2 - 4b - 8$.

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow a^2 - 4b - 8 > 0 \quad (*)$.

Khi đó, áp dụng định lý Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b + 2 \end{cases}$$





Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ (x_1 - x_2)^3 + 3x_1x_2(x_1 - x_2) = 28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ 4^3 + 12x_1x_2 = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1x_2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{Mà } x_1x_2 = b + 2 \Rightarrow b + 2 = -3 \Leftrightarrow b = -3 - 2 = -5.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 - x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 = 4 - a \\ 2x_2 = -a - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4-a}{2} \\ x_2 = \frac{-a-4}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1x_2 = -3 \Leftrightarrow \frac{4-a}{2} \left(\frac{-a-4}{2} \right) = -3$$

$$\Leftrightarrow (4-a)(a+4) = 12$$

$$\Leftrightarrow 16 - a^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Với } a^2 = 4, b = -5 \Rightarrow a^2 - 4b - 8 = 4 - 4(-5) - 8 = 16 > 0 \Rightarrow \text{thỏa mãn điều kiện (*).}$$

Vậy có 2 cặp số $(a; b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $(a; b) = (2; -5)$ hoặc $(a; b) = (-2; -5)$.

Chú ý: Khi tìm được cặp số $(a; b)$ phải đối chiếu lại với điều kiện.

Bài 4

Gọi số sản phẩm thực tế mỗi ngày tổ công nhân sản xuất được là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*, x > 4$)

$\Rightarrow$ Thời gian thực tế mà tổ công nhân hoàn thành xong 140 sản phẩm là: $\frac{140}{x}$ (ngày).

Theo kế hoạch mỗi ngày tổ công nhân đó sản xuất được số sản phẩm là: $x - 4$ (sản phẩm)

$\Rightarrow$ Thời gian theo kế hoạch mà tổ công nhân hoàn thành xong 140 sản phẩm là: $\frac{140}{x-4}$ ngày.

Theo đề bài ta có thời gian thực tế hoàn thành xong sớm hơn so với thời gian dự định là 4 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{140}{x-4} - \frac{140}{x} = 4$$

$$\Leftrightarrow 140x - 140(x-4) = 4x(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 35x - 35(x-4) = x(x-4)$$



$$\Leftrightarrow 35x - 35x + 140 = x^2 - 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 140 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 10x - 140 = 0$$

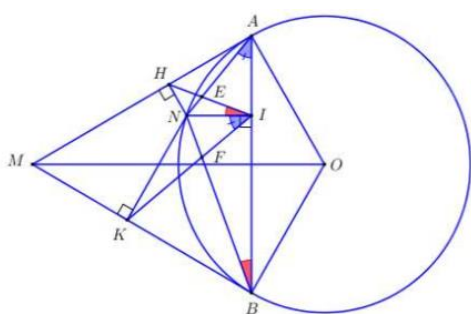
$$\Leftrightarrow x(x-14)+10(x-14)=0$$

$$\Leftrightarrow (x+10)(x-14)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+10=0 \\ x-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10 & (ktm) \\ x=14 & (tm) \end{cases}$$

Vậy thực tế mỗi ngày tổ công nhân đã làm được 14 sản phẩm.

Bài 5



1. Tính diện tích tứ giác $MAOB$ theo R .

Xét tam giác OAM và tam giác OBM ta có:

$$OA = OB (= R);$$

OM chung;

$MA = MB$ (Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau);

$$\Rightarrow \Delta OAM = \Delta OBM \text{ (c.c.c)} \Rightarrow S_{\Delta OAM} = S_{\Delta OBM}$$

$$\Rightarrow S_{MAOB} = S_{\Delta OAM} + S_{\Delta OBM} = 2S_{\Delta OBM}$$

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông OAM ta có:

$$AM^2 = OM^2 - OA^2 = (2R)^2 - R^2 = 3R^2 \Rightarrow AM = R\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow S_{MAOB} = 2S_{\Delta OAM} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot AM = R \cdot R\sqrt{3} = R^2\sqrt{3} \text{ (đvdt).}$$

2) Chứng minh $NIH = NBA$

Xét tứ giác $AINH$ có: $AIN + AHN = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AINH$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

$\Rightarrow \widehat{NIH} = \widehat{NAH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HN).

Mà $NAH = NBA$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung AN của (O)).





$$\Rightarrow NIH = NBA (= NAH) \text{ (đpcm)}.$$

3. Gọi E là giao điểm của AN và IH, F là giao điểm của BN và IK. Chứng minh tứ giác IENF nội tiếp được trong đường tròn.

Xét tứ giác NIBK ta có $NIB + NKB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này là hai góc đối diện

$\Rightarrow NIBK$ là tứ giác nội tiếp.

$$\Rightarrow KBN = NIK$$

Xét đường tròn (O) ta có: $KBN = NAB$

$$\Rightarrow NIK = NAB (= KBN)$$

Xét $\triangle ANB$ ta có: $ANB + NAB + NBA = 180^\circ$

Lại có: $NIH = NAB = NIE$; $NIK = NAB = NIF$; $ANB = ENF$

$$\Rightarrow ENF + EIN + NIF = ENF + EIF = 180^\circ$$

Mà ENF, EIF là hai góc đối diện $\Rightarrow$ Tứ giác NEIF là tứ giác nội tiếp.

Đề 2

Bài 1.

Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = -\frac{1}{2}x + 1$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 2.

Cho phương trình: $3x^2 - 2x - 1 = 0$ gọi 2 nghiệm là x_1 và x_2 (nếu có).

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{1}{x_2 + 1} + \frac{1}{x_1 + 1}$

Bài 3.

Một ô tô có bình xăng chứa b (lít) xăng. Gọi y là số lít xăng còn lại trong bình xăng khi ô tô đã đi quãng đường x (km). y là hàm số bậc nhất có biến số là x được cho bởi công thức $y = ax + b$ (a là lượng xăng tiêu hao khi ô tô đi được 1 km và $a < 0$) thỏa bảng giá trị sau:

x (km)	60	180
y (lít)	27	21

- Tìm các hệ số a và b của hàm số bậc nhất nói trên.
- Xe ô tô có cần đổ thêm xăng vào bình xăng hay không? khi chạy hết quãng đường $x = 700$ (km), nếu cần đổ thêm xăng thì phải đổ thêm mấy lít xăng?

Bài 4.



An, Bình, Cúc vào một cửa hàng mua tập và bút cùng loại. An mua 20 quyển tập và 4 cây bút hết 176 000 (đồng). Bình mua 2 cây bút và 20 quyển tập hết 168 000 (đồng). Cúc mua 2 cây bút và 1 hộp đựng bút nhưng chỉ trả 36 000 (đồng) do Cúc là khách hàng thân thiết nên được giảm 10% trên tổng số tiền mua. Hỏi 1 hộp đựng bút là bao nhiêu tiền khi không giảm giá ?

Bài 5

Một vận động viên bơi lội nhảy cầu. Khi nhảy ở độ cao h từ người đó tới mặt nước (tính bằng mét) phụ thuộc vào khoảng cách x (tính bằng mét) theo công thức: $h = -(x - 1)^2 + 4$ (xem hình). Hỏi khoảng cách x bằng bao nhiêu:

- Khi vận động viên ở độ cao 4m ?
- Khi vận động viên chạm mặt nước ?

Bài 6.

Nón lá là biểu tượng cho sự dịu dàng, bình dị, thân thiện của người Phụ nữ Việt Nam từ ngàn đời nay; nón lá bài thơ là một đặc trưng của xứ Huế. Một chiếc nón lá hoàn thiện cần **qua nhiều công đoạn** từ lên rừng hái lá, rồi sấy lá, mở, ủi, chọn lá, xây độn vành,

chằm, cắt lá, nức vành, cắt chỉ,... Nhằm làm đẹp và tôn vinh thêm cho **chiếc nón lá xứ Huế**, các nghệ nhân còn **ép tranh** và vài dòng thơ vào giữa hai lớp lá:

“Ai ra xứ Huế mộng mơ

Mua về chiếc nón bài thơ làm quà”.

Khung của nón lá có dạng hình nón được làm bởi các thanh gỗ nối từ đỉnh tới đáy như các đường sinh (l), 16 vành nón được làm từ những thanh tre mảnh nhỏ, dẻo dai uốn thành những vòng tròn có đường kính to, nhỏ khác nhau, cái nhỏ nhất to bằng đồng xu.

Đường kính ($d = 2r$) của chiếc nón lá khoảng 40 (cm);

Chiều cao (h) của chiếc nón lá khoảng 19 (cm)

- Tính độ dài của thanh tre uốn thành vòng tròn lớn nhất của vành chiếc nón lá. (không kể phần chập nối, tính gần đúng đến 2 chữ số thập phân, biết $\pi \approx 3,14$)
- Tính diện tích phần lá phủ xung quanh của chiếc nón lá. (không kể phần chập nối, tính gần đúng đến 2 chữ số thập phân). Biết diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi r l$

Bài 7.

Bạn Lan đang chuẩn bị bữa điểm tâm gồm đậu phộng nấu và mì xào. Biết rằng cứ mỗi 30 gram đậu phộng nấu chứa 7 gram protein, 30 gram mì xào chứa 3 gram protein. Để bữa ăn có tổng khối lượng 200 gram cung cấp đủ 28 gram protein thì bạn Lan cần bao nhiêu gram mỗi loại ?

Bài 8.

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$) có đường cao AD, kéo dài AD cắt đường tròn (O) tại K (K khác A), vẽ đường kính AI của đường tròn (O).

- Chứng minh: tứ giác BCIK là hình thang cân.
- Gọi H là điểm đối xứng của K qua D, tia BH và tia CH cắt AC và AB lần lượt tại E và F. Vẽ tiếp tuyến xy của đường tròn (O) có tiếp điểm là A. Chứng minh: H là trực tâm của tam giác ABC và $AI \perp EF$.
- Tìm độ dài AM biết: $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ và $EF = 6$ cm (làm tròn đến mm).

ĐÁP ÁN

Bài 1. (1,5 điểm)

2 bảng giá trị.

2 đồ thị.





PT hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x + 1$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là M $(1; \frac{1}{2})$ và N $(-2; 2)$

Bài 2. (1 điểm)

A và c trái dấu nên PT luôn có nghiệm.

$$S = \frac{2}{3}; P = \frac{-1}{3}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{x_2 + 1} + \frac{1}{x_1 + 1} \\ &= \frac{x_1 + 1 + x_2 + 1}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} \\ &= \frac{x_1 + x_2 + 2}{x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Bài 3. (1 điểm)

a) Lượng xăng tiêu hao khi ô tô đi được 1 km là: $(27 - 21) : (180 - 60) = 0,05$ lít $\Rightarrow a = -0,05$

Thay $x = 60$, $y = 27$ và $a = -0,05$ vào hàm số $y = ax + b \Rightarrow b = 30$.

b) Thay $x = 700$ vào hàm số $y = -0,05x + 30 \Rightarrow y = -5 < 0$

Xe ô tô cần đổ thêm 5 lít xăng vào bình xăng khi chạy hết quãng đường $x = 700$ (km)

Bài 4. (0,75 điểm)

Số tiền mua 2 cây bút là: $176\,000 - 168\,000 = 8\,000$ (đồng).

Số tiền mua 2 cây bút và 1 hộp bút nếu không giảm giá là: $36\,000 : 90\% = 40\,000$ (đồng).

Số tiền mua 1 hộp bút nếu không giảm giá là: $40\,000 - 8\,000 = 32\,000$ (đồng)

Bài 5 (0,75 điểm)

a) $h = -(x - 1)^2 + 4$ với $h = 4 \Rightarrow x = 1$ (m)

b) $h = -(x - 1)^2 + 4$ với $h = 0 \Rightarrow x = 3$ (loại giá trị x âm)

Bài 6. (1 điểm)

a) $C = \pi d$ thay số $\Rightarrow C \approx 125,6$ cm

b) $l = \sqrt{20^2 + 19^2} = \sqrt{761}$ cm

$S = \pi r l$ thay số $\Rightarrow S \approx 1732,42$ cm²

Bài 7. (1 điểm)

Gọi x , y (gram) lần lượt là lượng đậu phộng nấu và mì xào cần.



Theo đề bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x+y=200 \\ \frac{7}{30}x+\frac{3}{30}y=28 \end{cases}$$

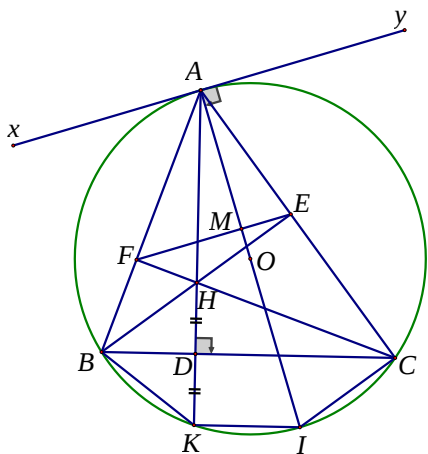
Giải ra ta có: $\begin{cases} x=60 \\ y=140 \end{cases}$

Vậy bạn Lan cần 60 gram đậu phông nấu và 140 gram mì xào để đủ bữa ăn nói trên.

Bài 8. (3 điểm)

a) Chứng minh: tứ giác BCIK là hình thang cân.

$$AKC = 90^0$$



$\Rightarrow KI \parallel BC$ (cùng vuông góc với AK)

$\Rightarrow$ tứ giác BCIK là hình thang.

mà: BCIK là hình thang nội tiếp (O).

$\Rightarrow$ tứ giác BCIK là hình thang cân.

b) Chứng minh: H là trực tâm của tam giác ABC và $AI \perp EF$.

ΔBHK cân tại B do BD là đường cao vừa là đường trung tuyến.

$$\Rightarrow \text{BHK} = \text{BKH}$$

Mà: $\widehat{BKH} = \widehat{BCA}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AB).

$$\Rightarrow \text{BHK} = \text{BCA}$$

$\Rightarrow$ Tứ giác DHEC nội tiếp.

$$\Rightarrow E + D = 180^\circ$$

Mà: $D = 90^0$

$$\Rightarrow E = 90^0$$




Trong ΔABC : 2 đường cao BE và AD cắt nhau tại H nên H là trực tâm.

$\Rightarrow CH$ là đường cao.

$\Rightarrow CH \perp AB$ tại F.

$\Rightarrow$ Tứ giác BCEF nội tiếp (do 2 đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới 2 góc vuông).

$\Rightarrow \angle AFE = \angle BCA$

Vẽ thêm tiếp tuyến xy của đường tròn (O) có tiếp điểm là A.

Mà: $\angle AFE = \angle BCA = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{AB}$.

$\Rightarrow \angle AFE = \angle AFI$

Mà 2 góc này ở vị trí so le trong.

$\Rightarrow xy \parallel EF$

mà: $AI \perp xy$

$\Rightarrow AI \perp EF$.

c) Tìm độ dài AM

Gọi $FM = x \Rightarrow ME = 6 - x$

Có: $\angle AFE = \angle AFI = 60^\circ$ và $\angle AEF = \angle AIE = 70^\circ$ (do song song và 2 góc so le trong)

Trong ΔAMF vuông tại F có: $x = AM \cdot \cotg F$.

Trong ΔAME vuông tại E có: $6 - x = AM \cdot \cotg E \Rightarrow x = 6 - AM \cdot \cotg E$

$\Rightarrow AM \cdot \cotg F = 6 - AM \cdot \cotg E$.

$$\Rightarrow AM = \frac{6}{\cotg E + \cotg F} = \frac{6}{\cotg 70^\circ + \cotg 60^\circ} \approx 6,4 \text{ cm}$$

Đề 3

Bài 1: Giải phương trình:

a) $2x(x - 1) = 5 + x$

b) Một nông trại có tổng số Gà và Vịt là 6000 con, sau khi bán đi 1600 con Gà và 800 con Vịt thì số Vịt còn lại bằng 80% số Gà. Hỏi sau khi bán, nông trại còn lại bao nhiêu con Gà? Bao nhiêu con Vịt?

Bài 2: Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = 3x - 1$ có đồ thị (D)

a) Vẽ (P) và (D) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán

Bài 3: Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 2)x - 8 = 0$ (1) với x là ẩn số

a) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Tìm giá trị của m để 2 nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$

Bài 4 Kết quả của sự nóng dần lên của trái đất là băng tan trên các dòng sông bị đóng băng. 12 năm sau khi băng tan, những thực vật nhỏ, được gọi là Địa y, bắt đầu phát triển trên đá. Mỗi nhóm Địa y phát triển trên





một khoảng đất hình tròn. Mối quan hệ giữa đường kính d (mm) của hình tròn và số tuổi t của Địa y có thể biểu diễn tương đối theo hàm số : $d = 7\sqrt{t-12}$ với $t \geq 12$. Em hãy tính đường kính của một nhóm Địa y sau 16 năm băng tan

Bài 5: Tại một hội nghị chuyên đề, 20% số giáo sư là nhà tâm lí học, 60% là nhà sinh vật học, và 12 giáo sư còn lại là nhà kinh tế học. Nếu có 20 giáo sư đeo kính, số giáo sư không đeo kính là bao nhiêu phần trăm? (làm tròn tới hàng đơn vị)

Bài 6: Một người làm vườn trồng 2 mảnh vườn hình chữ nhật ở hai khu vực riêng biệt. Mảnh vườn đầu tiên có diện tích $600m^2$ và chiều dài 40m. Mảnh vườn thứ hai có chiều rộng gấp hai lần chiều rộng mảnh vườn đầu tiên, nhưng diện tích chỉ bằng một nửa diện tích mảnh vườn thứ nhất. Tính xem mảnh vườn nào có chu vi lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu mét ?

Bài 7 : Từ một khúc gỗ hình trụ cao 15cm , người ta tiện thành một hình nón có đáy là hình tròn bằng với đáy hình trụ, chiều cao của hình nón bằng chiều cao của hình trụ. Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là 3610π (cho biết $\pi \approx 3.14$. Công thức tính thể tích hình trụ : $V = \pi R^2 h$, thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ với R là bán kính đáy, h là chiều cao khúc gỗ). Tính thể tích khúc gỗ hình trụ, (làm tròn tới hàng đơn vị).

Bài 8: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BD và CE của tam giác ABC giao nhau tại H. Kẻ đường kính AK của đường tròn (O). KH cắt đường tròn (O) tại N

- Chứng minh năm điểm A, N, E, H, D cùng thuộc một đường tròn
- Chứng minh: AK vuông góc ED
- AN và BC cắt nhau tại Q. Chứng minh ba điểm Q, E, D thẳng hàng

ĐÁP ÁN

Bài 1

$$a) 2x(x - 1) = 5 + x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

Tìm được $x_1 = \frac{5}{2}$, $x_2 = -1$

b) Gọi x là số con Gà , y là số con Vịt ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số Gà và Vịt là 6000 con nên: $x + y = 6000$

Số con Vịt sau khi bán bằng 80% số con Gà sau khi bán nên:

$$y - 800 = 80\%(x - 1600)$$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 6000 \\ y - 800 = 80\%(x - 1600) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được $x = 3600$, $y = 2400$

Số con Gà còn lại sau khi bán : $3600 - 1600 = 2000$ (con)

Số con Vịt còn lại sau khi bán : $2400 - 800 = 1600$ (con)

Bài 2

Lập bảng giá trị đúng

Vẽ đường đồ thị (P) và (D)

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) : $2x^2 - 3x + 1 = 0$

Tìm được $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 1$





$$x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 2$$

Bài 3

$$a) x^2 - 2(m-2)x - 8 = 0 \quad (1)$$

Tính được $\Delta = 4m^2 - 16m + 48 = (2m-4)^2 + 32 > 0$ với mọi m

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

$$b) \text{ Theo hệ thức Vi-et: } S = -\frac{b}{a} = 2(m-2), P = \frac{c}{a} = -8$$

$$x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$$

$$\Leftrightarrow 2(m-2) = -8$$

$$\Leftrightarrow m = -2$$

Bài 4

$$\text{Ta có: } d = 7\sqrt{t-12} = 7\sqrt{16-12} = 14 \text{ (mm)}$$

Vậy: đường kính của một nhóm Địa y sau 16 năm bằng tan là 14 (mm)

Bài 5

Số nhà kinh tế học chiếm $100\% - (20\% + 60\%) = 20\%$ và có 12 người nên 20% số giáo sư là nhà tâm lý học là 12 người

Suy ra 60% nhà sinh vật học có $3 \cdot 12 = 36$ người

Tổng số các nhà khoa học tham dự hội nghị: $12 + 12 + 36 = 60$ (người)

Tỉ lệ phần trăm giáo sư không đeo kính là $(60 - 20) : 60 \cdot 100\% \approx 67\%$

Bài 6

Chiều rộng mảnh thứ nhất : $600 : 40 = 15$ (m)

Chiều rộng mảnh thứ hai: $15 \cdot 2 = 30$ (m)

Diện tích mảnh hai : $600 : 2 = 300$ (m²)

Chiều dài mảnh thứ hai : $300 : 30 = 10$ (m)

Chu vi mảnh thứ nhất: $(40 + 15) \cdot 2 = 110$ (m)

Chu vi mảnh thứ hai: $(30 + 10) \cdot 2 = 80$ (m)

Mảnh vườn thứ nhất có chu vi lớn hơn và lớn hơn : $110 - 80 = 30$ (m)

Bài 7

$$\text{Ta có } \pi R^2 h - \frac{1}{3} \pi R^2 h = 3640\pi \Leftrightarrow R^2 \left(15 - \frac{1}{3} \cdot 15\right) = 3610$$

$$\Leftrightarrow R^2 = 361 \Leftrightarrow R = 19 \text{ (cm)}$$

$$\text{Thể tích khúc gỗ: } V = \pi R^2 h = 3.14 \cdot 19^2 \cdot 15 \approx 17003 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Bài 8

a) Cm: $\widehat{HEA} = \widehat{HDA} = \widehat{HNA} = 90^\circ$ suy ra A, N, E, H, D cùng thuộc một đường tròn đường kính AH

Gọi I là giao điểm của AK và ED

b) Cm : tứ giác BCDE nội tiếp suy ra $\widehat{EBC} = \widehat{DEA}$





$$\widehat{EBC} = \widehat{AKC} \text{ (cùng chắn cung AC)}$$

$$\text{suy ra } \widehat{DEA} = \widehat{AKC}$$

$$\text{suy ra } \Delta AID \sim \Delta AKC \text{ mà } \widehat{AKC} = 90^\circ$$

suy ra AK vuông góc ED

c) Do A, N, E, H, D cùng thuộc một đường tròn đường kính AH nên tứ giác ANED nội tiếp suy ra $\widehat{QNB} = \widehat{ADE}$

$$\text{Mà } \widehat{EBC} = \widehat{AKC} \text{ (cùng chắn cung AC)}$$

$$\widehat{EBC} + \widehat{QBA} = 180^\circ \text{ (kề bù)}$$

$$\text{suy ra } \widehat{QNE} + \widehat{QBA} = 180^\circ \text{ suy ra tứ giác QNEB nội tiếp}$$

suy ra $\widehat{QEN} = \widehat{QBN}$ Mà tứ giác ANED nội tiếp và tứ giác ANBC nội tiếp suy ra $\widehat{QEN} + \widehat{DEN} = 180^\circ$
suy ra Q, E, D thẳng hàng

Đề 4

Câu 1.

1) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = 3\sqrt{49} - \sqrt{25}$$

$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20}$$

$$2) \text{ Cho biểu thức } P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3} \text{ với } x > 0; x \neq 1.$$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x để P = 1.

Câu 2.

$$1) \text{ Cho parabol (P): } y = \frac{1}{2}x^2 \text{ và đường thẳng (d): } y = x + 2.$$

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.

b) Viết phương trình đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ song song với (d) và cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng -2.

$$2) \text{ Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình: } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m + 8 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = -8$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1; x_2$ thỏa $x_1^3 - x_2 = 0$.

Câu 4: Nông trường cao su Minh Hưng phải khai thác 260 tấn mủ trong một thời gian nhất định. Trên thực tế, mỗi ngày nông trường đều khai thác vượt định mức 3 tấn. Do đó, nông trường đã khai thác được 261 tấn và song trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nông trường khai thác được bao nhiêu tấn mủ cao su.





Câu 5.

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của OA , qua C kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt M và N . Trên cung nhỏ BM lấy điểm K (K khác B và M). Gọi H là giao điểm của AK và MN .

a) Chứng minh tứ giác $BCHK$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AH = R^2$.

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1) A = 3\sqrt{49} - \sqrt{25}$$

$$A = 3\sqrt{7^2} - \sqrt{5^2}$$

$$A = 3.7 - 5$$

$$A = 21 - 5$$

$$A = 16$$

$$B = \sqrt{(3-2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20}$$

$$B = |3-2\sqrt{5}| - \sqrt{2^2.5}$$

$$B = -(3-2\sqrt{5}) - 2\sqrt{5}$$

$$B = -3 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$

$$B = -3$$

2. a) Rút gọn biểu thức P .

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}.\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$P = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{3}$$

$$P = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+1}$$





$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1).3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$P = \frac{3}{\sqrt{x}-1}$$

b) Tìm giá trị của x để $P=1$.

$$P=1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-1}=1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-1=3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}=4$$

$$\Leftrightarrow x=16$$

Vậy $x=16$ thì $P=1$.

Câu 2.

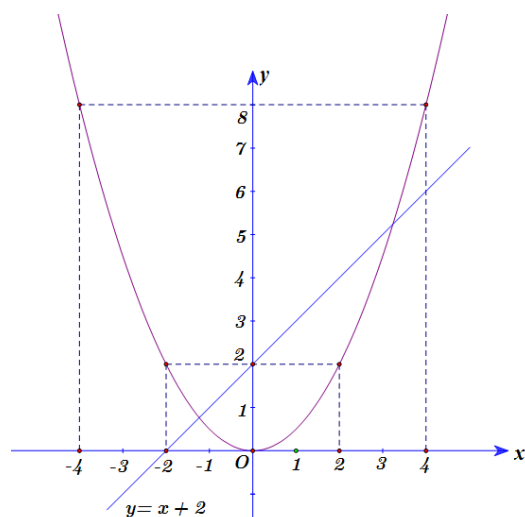
a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy .

Bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là đường Parabol đi qua các điểm $(-4;8); (-2;2); (0;0); (2;2); (4;8)$ và nhận Oy làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số $y = x + 2$ là đường thẳng đi qua điểm $(0;2)$ và điểm $(-2;0)$



b) Vì đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ song song với (d) nên ta có phương trình của đường thẳng $(d_1): y = x + b$ ($b \neq 2$)

Gọi $A(-2; y_A)$ là giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d_1) .





$$\Rightarrow A \in (P)$$

$$\Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = 2$$

$$\Rightarrow A(-2; 2)$$

Mặt khác, $A \in (d_1)$, thay tọa độ của điểm A vào phương trình đường thẳng (d_1) , ta được:

$$2 = -2 + b \Leftrightarrow b = 4 \text{ (nhận)}$$

Vậy phương trình đường thẳng $(d_1): y = x + 4$

2) Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; 1)$

Câu 3

a) Thay $m = -8$ vào phương trình (1), ta được: $x^2 - (-8 + 2)x - 8 + 8 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \end{cases}$$

Vậy $m = -8$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm: $x = -6; x = 0$

$$b) \Delta = (m + 2)^2 - 4(m + 8) = m^2 + 4m + 4 - 4m - 32 = m^2 - 28$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt khi
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 28 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ m + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2\sqrt{7} \text{ hoặc } m > 2\sqrt{7} \\ m > -2 \\ m > -8 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2\sqrt{7}$$

Theo đề bài, ta có:

$$x_1^3 - x_2 = 0 \Leftrightarrow x_1^3 = x_2 \Leftrightarrow x_1 x_2 = x_1^4 = m + 8 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt[4]{m + 8} \Rightarrow x_2 = \sqrt[4]{(m + 8)^3}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = m + 2 \Leftrightarrow \sqrt[4]{m + 8} + \sqrt[4]{(m + 8)^3} = m + 8 - 6$$

Đặt $\sqrt[4]{m + 8} = t (t \geq 0)$, ta có: $t + t^3 = t^4 - 6$

$$\Leftrightarrow t^4 - t^3 - t - 6 = 0$$





$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow t^4 - 16 - (t^3 + t - 10) = 0 \\ &\Leftrightarrow (t^2 - 4)(t^2 + 4) - (t^3 - 8 + t - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow (t - 2)(t + 2)(t^2 + 4) - [(t - 2)(t^2 + 2t + 4) + (t - 2)] = 0 \\ &\Leftrightarrow (t - 2)(t + 2)(t^2 + 4) - (t - 2)(t^2 + 2t + 5) = 0 \\ &\Leftrightarrow (t - 2)(t^3 + 2t^2 + 4t + 8 - t^2 - 2t - 5) = 0 \\ &\Leftrightarrow (t - 2)(t^3 + t^2 + 2t + 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow t = 2 \text{ (vì } t \geq 0 \Rightarrow t^3 + t^2 + 2t + 3 > 0) \\ &\Rightarrow \sqrt[4]{m+8} = 2 \Leftrightarrow m+8 = 2^4 = 16 \Leftrightarrow m = 8 \text{ (nhận)} \end{aligned}$$

Câu 4

Gọi số tấn mủ cao su mỗi ngày nông trường khai thác được là x (tấn)

(Điều kiện: $0 < x < 260$)

Thời gian dự định khai thác mủ cao su của nông trường là: $\frac{260}{x}$ (ngày)

Trên thực tế, mỗi ngày nông trường khai thác được: $x+3$ (tấn)

Thời gian thực tế khai thác mủ cao su của nông trường là: $\frac{261}{x+3}$ (ngày)

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{261}{x+3} + 1 = \frac{260}{x}$

$$\Rightarrow \frac{261x}{x(x+3)} + \frac{x(x+3)}{x(x+3)} = \frac{260(x+3)}{x(x+3)}$$

$$\Rightarrow 261x + x(x+3) = 260(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 261x + x^2 + 3x = 260x + 780$$

$$\Leftrightarrow 261x + x^2 + 3x - 260x - 780 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 780 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = 4 + 780 = 784 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{784} = 28$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

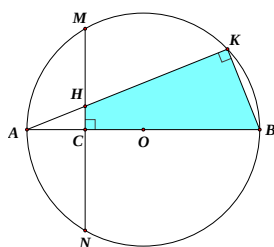
$$x_1 = \frac{-2+28}{1} = 26 \text{ (nhận)} \text{ hoặc } x_2 = \frac{-2-28}{1} = -30 \text{ (loại)}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày nông trường cao su khai thác 26 tấn.

Câu 5

a) Chứng minh tứ giác $BCHK$ nội tiếp đường tròn.





Vì $AB \perp HC$ tại C nên $BCH = 90^\circ$;

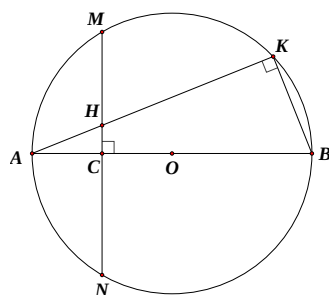
Ta có: $AKB = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BKH = 90^\circ$

Xét tứ giác $BCHK$ có: $BCH + BKH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà $BCH; BKH$ là hai góc đối nhau.

Suy ra: Tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AK \cdot AH = R^2$.



Xét $\triangle ACH$ và $\triangle AKB$ có:

$$\angle ACH = \angle AKB = 90^\circ;$$

$\angle BAK$ là góc chung;

Do đó: $\triangle ACH \sim \triangle AKB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{AK}$$

$$\Rightarrow AH \cdot AK = AB \cdot AC = 2R \cdot \frac{R}{2} = R^2$$

Vậy $AK \cdot AH = R^2$



HOC247

Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website HOC247 cung cấp một môi trường học trực tuyến sinh động, nhiều tiện ích thông minh, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bị – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ GV Giỏi, Kinh nghiệm từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa luyện thi THPTQG các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi HSG lớp 9 và luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán các trường PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An và các trường Chuyên khác cùng TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn.

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học và Tổ Hợp dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn cùng đội HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

*HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí*

- **HOC247 NET:** Website học miễn phí các bài học theo chương trình SGK từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm miễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh Youtube cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.

