

Giải SBT Toán 7 bài 3: Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác - Bất đẳng thức tam giác

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 4\text{cm}$, $AC = 1\text{cm}$. Hãy tìm độ dài cạnh BC biết rằng độ dài này là một số nguyên (cm).

Lời giải:

Theo bất đẳng thức tam giác và hệ quả ta có:

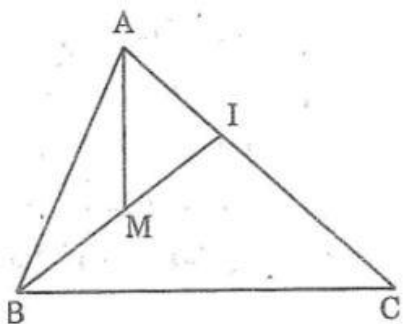
$$AB - AC < BC < AB + AC \quad (1)$$

Thay $AB = 4\text{cm}$, $AC = 1\text{cm}$ vào (1) ta có:

$$4 - 1 < BC < 4 + 1 \Leftrightarrow 3 < BC < 5$$

Vì độ dài cạnh BC là một số nguyên nên $BC = 4\text{cm}$.

Câu 2: Cho hình bên. Chứng minh rằng: $MA + MB < IA + IB < CA + CB$



Lời giải:

Trong $\triangle AMI$ ta có:

$$MA < MI + IA$$

(theo bất đẳng thức tam giác)

Cộng vào hai vế với MB ta có:

$$MA + MB < MI + IA + MB$$

$$\Rightarrow MA + MB < IB + IA \quad (1)$$

Trong $\triangle BIC$, ta có:

$$IB < IC + CB \text{ (bất đẳng thức tam giác)}$$

Cộng vào 2 vế với IA ta có:

$$IB + IA < IC + CB + IA$$

$$\Rightarrow IB + IA < CA + CB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $MA + MB < IA + IB < CA + CB$.

Câu 3: Tính chu vi của một tam giác cân có hai cạnh bằng 4m và 9m.

Lời giải:

Ta có: $4 + 4 < 9$ nên cạnh 4m không thể là cạnh bên (vì nếu cạnh bên là 4m thì trái với bất đẳng thức tam giác)

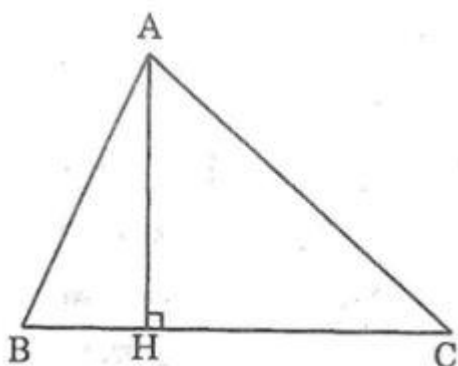
Suy ra cạnh 4m là cạnh đáy, cạnh 9m là cạnh bên.

Chu vi của tam giác là: $4 + 9 + 9 = 22$ (m).

Câu 4: Cho tam giác ABC trong đó BC là cạnh lớn nhất.

a, Vì sao các góc B và C không thể là góc vuông hoặc góc tù?

b, Gọi AH là đường vuông góc kẻ từ A đến BC. So sánh $AB + AC$ với $BH + CH$ rồi chứng minh rằng $AB + AC > BC$.



Lời giải:

a, *Giả sử $\angle B \geq 90^\circ$

Vì trong một tam giác cạnh đối diện với góc vuông hoặc góc tù là cạnh lớn nhất nên $AC > BC$.

Điều này trái với giả thiết cạnh BC là cạnh lớn nhất.

*Giả sử $\angle C \geq 90^\circ$

Vì trong một tam giác cạnh đối diện với góc vuông hoặc góc tù là cạnh lớn nhất nên $AB > BC$.

Điều này trái với giả thiết cạnh BC là cạnh lớn nhất.

Vậy $\angle B$ và $\angle C$ không thể là góc vuông hoặc góc tù (là các góc nhọn).

b, Vì điểm H nằm giữa B và C nên ta có: $BH + HC = BC$ (1)

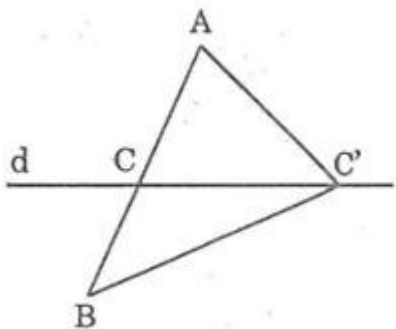
Lại có: $AB > BH$ (đường xiên lớn hơn đường vuông góc)

$AC > CH$ (đường xiên lớn hơn đường vuông góc)

Cộng từng vế ta có: $AB + AC > BH + CH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $AB + AC > BC$

Câu 5: Cho hai điểm A và B nằm về hai phía của đường thẳng d. Tìm điểm C thuộc đường thẳng d sao cho tổng $AC + CB$ là nhỏ nhất.



Lời giải:

Giả sử C là giao điểm của đoạn thẳng AB với đường thẳng d.

Vì C nằm giữa A và B nên ta có:

$$AC + CB = AB \quad (1)$$

Lấy điểm C' bất kỳ trên d ($C' \neq C$)

Nối AC' , BC'

Sử dụng bất đẳng thức trong tam giác vào $\triangle ABC'$, ta có:

$$AC' + BC' > AB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$AC' + C'B > AC + CB.$$

Vậy C là điểm cần tìm.

Câu 6: Ba thành phố A, B, C trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác, trong đó $AC = 30\text{km}$, $AB = 70\text{km}$.

a, Nếu đặt ở C máy phát sóng truyền thanh có bán kính hoạt động bằng 40km thì thành phố B có nhận được tín hiệu không? Vì sao?

b, Cũng như câu hỏi trên với máy phát sóng có bán kính hoạt động bằng 100km.

Lời giải:

Để biết thành phố B có nhận được tín hiệu không thì phải tính được khoảng cách giữa hai thành phố B và C.

Sử dụng bất đẳng thức của tam giác và hệ quả vào $\triangle ABC$, ta có:

$$AB - AC < BC < AB + AC \quad (1)$$

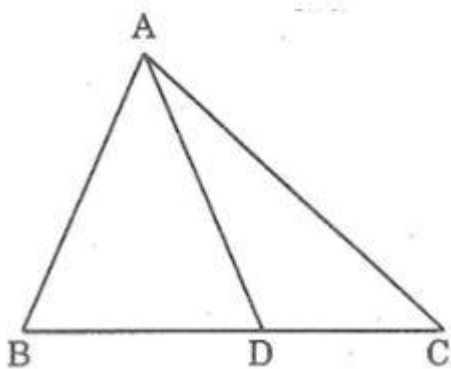
Thay các giá trị $AB = 70\text{km}$, $AC = 30\text{km}$ vào (1), ta có:

$$70 - 30 < BC < 70 + 30 \Leftrightarrow 40 < BC < 100$$

a, Vì $BC > 40$ nên máy phát sóng để ở C có bán kính hoạt động bằng 40km thì B không nhận được tín hiệu.

b, Vì $BC < 100$ nên máy phát sóng để ở C có bán kính hoạt động bằng 100km thì B nhận được tín hiệu.

Câu 7: Cho tam giác ABC, điểm D nằm giữa B và C. Chứng minh rằng AD nhỏ hơn nửa chu vi tam giác ABC.



Lời giải:

Trong $\triangle ABD$, ta có:

$$AD < AB + BD \text{ (bất đẳng thức tam giác)} \quad (1)$$

Trong $\triangle ADC$, ta có:

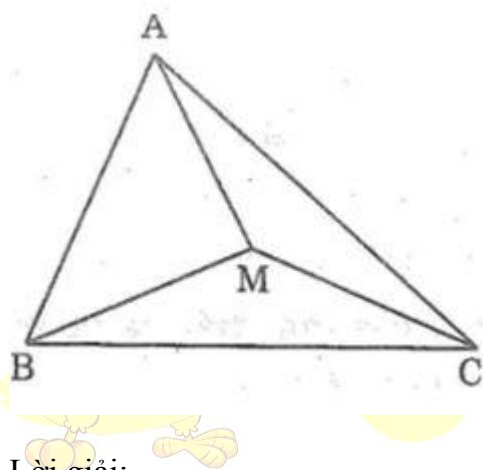
$$AD < AC + DC \text{ (bất đẳng thức tam giác) (2)}$$

Cộng từng vế (1) và (2), ta có:

$$2AD < AB + BD + AC + DC \Leftrightarrow 2AD < AB + AC + BC$$

$$\text{Vậy } AD < (AB + AC + BC) / 2.$$

Câu 8: Cho điểm M nằm trong tam giác ABC. Chứng minh rằng tổng $MA + MB + MC$ lớn hơn nửa chu vi tam giác ABC.



Lời giải:

Trong $\triangle AMB$, ta có:

$$MA + MB > AB \text{ (bất đẳng thức tam giác) (1)}$$

Trong $\triangle AMC$, ta có:

$$MA + MC > AC \text{ (bất đẳng thức tam giác) (2)}$$

Trong $\triangle BMC$, ta có:

$$MB + MC > BC \text{ (bất đẳng thức tam giác) (3)}$$

Cộng từng vế (1), (2) và (3), ta có:

$$MA + MB + MA + MC + MB + MC = AB + AC + BC$$

$$\Leftrightarrow 2(MA + MB + MC) > AB + AC + BC$$

$$\text{Vậy } MA + MB + MC > (AB + AC + BC) / 2 .$$

Câu 9: Tính chu vi của một tam giác cân biết độ dài hai cạnh của nó bằng 3dm và 5dm.

Lời giải:

* Trường hợp cạnh bên bằng 3dm:

Ta có: $3 + 3 > 5$: tồn tại tam giác có các cạnh với số đo như trên.

Chu vi tam giác cân là: $3 + 3 + 5 = 11$ (dm)

* Trường hợp cạnh bên bằng 5dm:

Ta có: $5 + 5 > 3$: tồn tại tam giác có các cạnh với số đo như trên.

Chu vi tam giác cân là: $5 + 5 + 3 = 13$ (dm)

Câu 10: Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 7cm và 2cm. Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của nó theo cm là một số tự nhiên lẻ.

Lời giải:

Giả sử $\triangle ABC$ có $AB = 7\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$.

Theo định lý và hệ quả về quan hệ giữa các cạnh trong một tam giác, ta có:

$$AB - AC < BC < AB + AC$$

$$\Rightarrow 7 - 2 < BC < 7 + 2 \Leftrightarrow 5 < BC < 9$$

Vì số đo cạnh BC là một số tự nhiên lẻ nên $BC = 7$ (cm)

Mời bạn đọc tham khảo thêm tài liệu học tập lớp 7 tại đây:

<https://vndoc.com/tai-lieu-hoc-tap-lop-7>