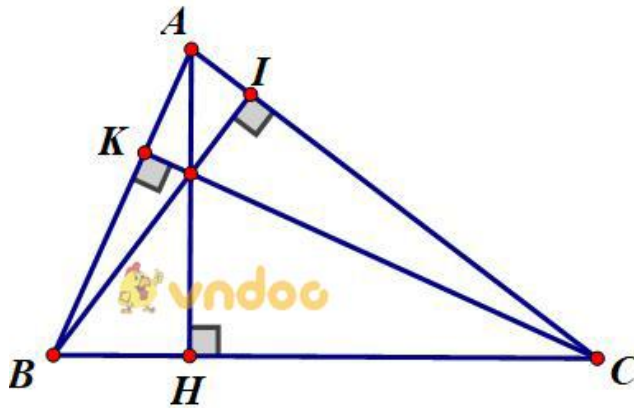


Giải bài tập SGK Toán lớp 7 bài 9: Tính chất ba đường cao của tam giác

Trả lời câu hỏi Toán 7 Tập 2 Bài 9 trang 81: Dùng eke vẽ 3 đường cao của tam giác ABC.

Hãy cho biết ba đường cao của tam giác đó có cùng đi qua một điểm hay không.

Lời giải



Ta vẽ đường ba đường cao của tam giác ABC như hình vẽ

Ba đường cao đó là: AH, BI, CK

Dựa vào hình vẽ ta thấy ba đường cao của tam giác cùng đi qua một điểm

Trả lời câu hỏi Toán 7 Tập 2 Bài 9 trang 82: Hãy phát biểu và chứng minh các trường hợp còn lại của nhận xét trên (xem như những bài tập).

Lời giải

- Bài tập 1: Nếu một tam giác có một đường trung trực đồng thời là đường phân giác thì tam giác đó là một tam giác cân

Xét $\triangle ABC$ có AI vừa là đường trung trực vừa là đường phân giác

AI là đường trung trực $\Rightarrow AI \perp BC$ và I là trung điểm BC

Xét hai tam giác vuông $\triangle ABI$ và $\triangle ACI$ có:

AI chung

$\angle(BAI) = \angle(CAI)$ (do AI là phân giác góc BAC)

$\Rightarrow \triangle ABI = \triangle ACI$ (góc nhọn – cạnh góc vuông)

$\Rightarrow AB = AC$ (hai cạnh tương ứng)

⇒ $\triangle ABC$ cân tại A

- Bài tập 2: Nếu một tam giác có một đường trung trực đồng thời là đường cao thì tam giác đó là một tam giác cân

Xét $\triangle ABC$ có AI vừa là đường trung trực vừa là đường cao

⇒ $AI \perp BC$ và I là trung điểm BC

Xét hai tam giác vuông $\triangle ABI$ và $\triangle ACI$ có:

AI chung

$IB = IC$ (do I là trung điểm BC)

⇒ $\triangle ABI = \triangle ACI$ (hai cạnh góc vuông)

⇒ $AB = AC$ (hai cạnh tương ứng)

⇒ $\triangle ABC$ cân tại A

- Bài tập 3: Nếu một tam giác có một đường phân giác đồng thời là đường cao thì tam giác đó là một tam giác cân

Xét $\triangle ABC$ có AI vừa là đường phân giác vừa là đường cao

AI là đường cao ⇒ $AI \perp BC$

Xét hai tam giác vuông $\triangle ABI$ và $\triangle ACI$ có:

AI chung

$\angle(BAI) = \angle(CAI)$ (do AI là phân giác góc BAC)

⇒ $\triangle ABI = \triangle ACI$ (góc nhọn – cạnh góc vuông)

⇒ $AB = AC$ (hai cạnh tương ứng)

⇒ $\triangle ABC$ cân tại A

- Bài tập 4: Nếu một tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường cao thì tam giác đó là một tam giác cân

Xét $\triangle ABC$ có AI vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao

AI là đường cao ⇒ $AI \perp BC$

AI là đường trung tuyến ⇒ I là trung điểm BC

Xét hai tam giác vuông $\triangle ABI$ và $\triangle ACI$ có:

AI chung

$IB = IC$ (do I là trung điểm BC)

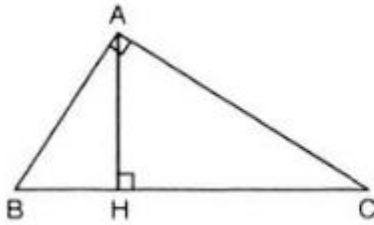
$\Rightarrow \triangle ABI = \triangle ACI$ (hai cạnh góc vuông)

$\Rightarrow AB = AC$ (hai cạnh tương ứng)

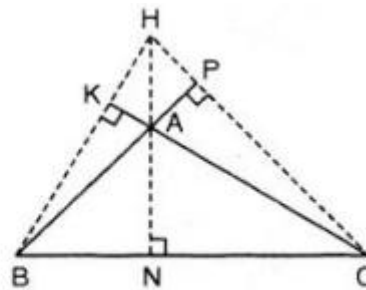
$\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A

Bài 58 (trang 83 SGK Toán 7 tập 2): Hãy giải thích tại sao trực tâm của tam giác vuông trùng với đỉnh góc vuông và trực tâm của tam giác tù nằm ở bên ngoài tam giác.

Lời giải:



Tam giác vuông



Tam giác tù

- Trường hợp **tam giác vuông**:

Xét tam giác ABC vuông tại A thì $BA \perp CA$ hay A là giao điểm của hai đường vuông góc trong tam giác $\Rightarrow$ A trực tâm của tam giác.

Vậy trong tam giác vuông thì trực tâm trùng với đỉnh góc vuông.

- Trường hợp **tam giác tù**:

Giả sử tam giác ABC có góc A tù $\Rightarrow$ BC là cạnh lớn nhất hay $BC > BA$.

Từ B kẻ đường thẳng BK vuông góc với CA. Ta có: KA, KC lần lượt là hình chiếu của BA, BC.

Vì $BC > BA$ nên $KC > KA$ hay K phải nằm ngoài đoạn thẳng AC. Do đó ta có đường cao BK như hình vẽ.

Tương tự với đường cao CP.

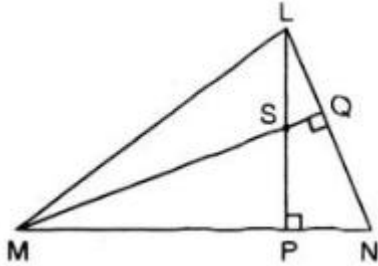
Gọi H là giao điểm của BK và CP $\Rightarrow$ H chính là trực tâm của tam giác. Ta thấy H ở bên ngoài tam giác.

Vậy trực tâm của tam giác tù nằm ở bên ngoài tam giác đó.

Bài 59 (trang 83 SGK Toán 7 tập 2): Cho hình 57.

a) Chứng minh $NS \perp LM$

b) Khi góc $LNP = 50^\circ$, hãy tính góc MSP và góc PSQ .



Hình 57

Lời giải:

a) Trong $\triangle NML$ có:

$LP \perp MN$ nên LP là đường cao

$MQ \perp NL$ nên MQ là đường cao

mà $PL \cap MQ = \{S\}$

Suy ra S là trực tâm của tam giác nên đường thẳng SN chứa đường cao từ N hay $SN \perp ML$.

b) $\triangle NMQ$ vuông tại Q có

$\triangle MNP$ vuông tại P có $\widehat{QMP} = 40^\circ$ nên $\widehat{MSP} = 50^\circ$

$\widehat{MSP} + \widehat{PSQ} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Suy ra $\widehat{PSQ} = 130^\circ$.

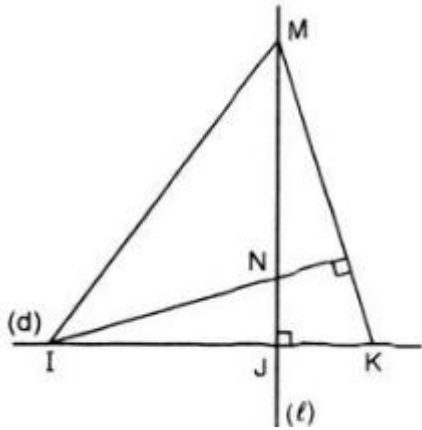
Bài 60 (trang 83 SGK Toán 7 tập 2): Trên đường thẳng d , lấy ba điểm phân biệt I, J, K (J ở giữa I và K).

Kẻ đường thẳng l vuông góc với d tại J . Trên l lấy điểm M khác với điểm J .

Đường thẳng qua I vuông góc với MK cắt l tại N .

Chứng minh $KN \perp IM$.

Lời giải:



Nối M với I ta được ΔMIK .

Trong ΔMIK có: $MJ \perp IK$ (do $l \perp d$) và $IN \perp MK$

Do đó N là trực tâm của ΔMIK .

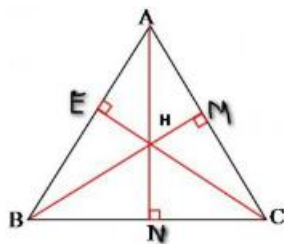
Suy ra KN là đường cao thứ ba của ΔMIK hay $NK \perp IM$ (đpcm).

Bài 61 (trang 83 SGK Toán 7 tập 2): Cho tam giác ABC không vuông. Gọi H là trực tâm của nó.

a) Hãy chỉ ra các đường cao của tam giác HBC. Từ đó hãy chỉ ra trực tâm của tam giác đó.

b) Tương tự, hãy lần lượt chỉ ra trực tâm của các tam giác HAB và HAC.

Lời giải:



Các đường thẳng HA, HB, HC lần lượt cắt cạnh đối BC, AC, AB tại N, M, E.

Các đường thẳng HA, HB, HC lần lượt cắt cạnh đối BC, AC, AB tại N, M, E.

a) ΔHBC có:

$HN \perp BC$ nên HN là đường cao

$BE \perp HC$ nên BE là đường cao

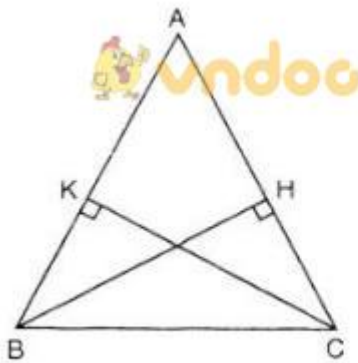
$CM \perp BH$ nên CM là đường cao

Vậy A là trực tâm của ΔHBC .

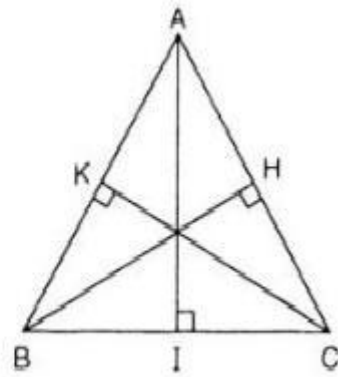
b) Tương tự, trực tâm của ΔAHB là C; ΔAHC là B.

Bài 62 (trang 83 SGK Toán 7 tập 2): Chứng minh rằng một tam giác có hai đường cao (xuất phát từ các đỉnh của hai góc nhọn) bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân. Từ đó suy ra một tam giác có ba đường cao bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.

Lời giải:



Hai đường cao bằng nhau



Ba đường cao bằng nhau

a) Hai đường cao bằng nhau

Vẽ $BH \perp AC$ và $CK \perp AB$

Xét hai tam giác vuông KBC và HCB có:

Cạnh BC chung

$BH = CK$ (gt)

a) Hai đường cao bằng nhau

Vẽ $BH \perp AC$ và $CK \perp AB$

Xét hai tam giác vuông KBC và HCB có:

Cạnh BC chung

$BH = CK$ (gt)

Vậy $\Delta KBC = \Delta HCB \Rightarrow \widehat{KBC} = \widehat{HCB}$

Xét tam giác ABC, ta có:

$$\widehat{KBC} = \widehat{HCB} \text{ hay } \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$$

Vậy ΔABC cân tại A (đpcm).

b) Ba đường cao bằng nhau

Từ a) ta có:

Nếu $BH = CK$ thì $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow AB = AC$ (1)

Nếu $AI = BH$ thì $\triangle ABC$ cân tại $C \Rightarrow CA = CB$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $AB = BC = AC$

Vậy $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Xem tiếp tài liệu tại: <https://vndoc.com/tai-lieu-hoc-tap-lop-7>