

Giải SBT Toán 11 bài 2: Dãy số

Bài 2.1 trang 111 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Viết 5 số hạng đầu và khảo sát tính tăng, giảm của các dãy số (u_n) biết

a) $u_n = 10^{1-2n}$

b) $u_n = 3^n - 7$

c) $u_n = 2n + 1/n^2$

d) $u_n = 3n\sqrt{n}/2^n$

Giải:

a) $1/10, 1/10^3, 1/10^5, 1/10^7, 1/10^9$ Dự đoán dãy (u_n) giảm.

Để chứng minh, ta xét tỉ số $u_{n+1}/u_n = 10^{1-2(n+1)}/10^{1-2n} = 1/10^2 < 1$. Vậy dãy số giảm

b) - 4, 2, 20, 74, 236. Xét dấu của hiệu $u_{n+1} - u_n$

c) $3, 3/4, 3/9, 3/16, 3/25$. Làm tương tự câu b).

d) $3/2, 9\sqrt{2}/4, 27\sqrt{3}/8, 81\sqrt{4}/16, 243\sqrt{5}/32$ Phần tiếp theo có thể làm tương tự câu a).

Chú ý. Qua bốn bài tập trên, học sinh có thể rút ra nhận xét về tính hợp lí của việc xét hiệu $u_{n+1} - u_n$ hay tỉ số u_{n+1}/u_n khi khảo sát tính đơn điệu của dãy số.

Bài 2.2 trang 111 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây, dãy số nào bị chặn dưới, bị chặn trên và bị chặn?

a) $u_n = 2n - n^2$

b) $u_n = n + 1/n$

c) $u_n = \sqrt{n^2 - 4n + 7}$

d) $u_n = 1/n^2 - 6n + 11$

Giải:

a) Bị chặn trên vì $u_n \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$



b) Bị chặn dưới vì $u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$

c) Bị chặn dưới vì $u_n \geq \sqrt{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ u

d) Bị chặn vì $0 < u_n \leq 12, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Bài 2.3 trang 111 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho dãy số (u_n) xác định bởi

$$\{u_1=5; u_{n+1}=u_n+3n-2 \text{ với } n \geq 1\}$$

a) Tìm công thức tính (u_n) theo n ;

b) Chứng minh (u_n) là dãy số tăng.

Giải:

a) ĐS: $u_n = 5 + (n-1)(3n-4)/2$

b) Tương tự bài Bài 2.1

Bài 2.4 trang 112 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho dãy số (u_n) với

a) Viết công thức truy hồi của dãy số;

b) Chứng minh dãy số bị chặn dưới;

c) Tính tổng n số hạng đầu của dãy đã cho.

Giải:

a) Ta có $u_1=0$

$$\text{Xét hiệu } u_{n+1}-u_n=(n+1)^2-4(n+1)+3-n^2+4n-3=2n-3$$

Vậy công thức truy hồi là

$$\{u_1=0; u_{n+1}=u_n+2n-3 \text{ với } n \geq 1\}$$

b) $u_n = n^2 - 4n + 3 = (n-2)^2 - 1 \geq -1$. Vậy dãy số bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.

c)

$$S_n = 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 - 4(1 + 2 + \dots + n) + 3n$$



$$=n(n+1)(2n+1)/6-4.n(n+1)/2+3n$$

$$=n(n+1)(2n+1)-12n(n+1)+18n/6$$

$$=n(n+1)(2n-11)+18n/6$$

Bài 2.5 trang 112 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho dãy số (u_n) với $(u_n)=1+(n-1).2^n$

- Viết năm số hạng đầu của dãy số;
- Tìm công thức truy hồi;
- Chứng minh (u_n) là dãy số tăng và bị chặn dưới.

Giải:

a) Học sinh tự giải.

b) HD: Tìm hiệu $u_{n+1}-u_n$

ĐS:

$$\{u_1=1; u_{n+1}=u_n+(n+1)2^n \text{ với } n \geq 1$$

c) HD: Xét dấu $u_{n+1}-u_n$

Bài 2.6 trang 112 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Các dãy số (u_n) , (v_n) được xác định bằng công thức

- $\{u_1=1; u_{n+1}=u_n+n^3 \text{ với } n \geq 1;$
- $\{v_1=2; v_{n+1}=v_n^2 \text{ với } n \geq 1$

Tìm công thức tính (u_n) , (v_n) theo n . Tính số hạng thứ 100 của dãy số (u_n) . Hỏi số 4294967296 là số hạng thứ mấy của dãy số (v_n)

Giải:

a) Từ $u_{n+1}-u_n=n^3$ ta có

$$u_1=1;$$

$$u_2-u_1=1^3;$$

$$u_3-u_2=2^3; \dots u_{n-1}-u_{n-2}=(n-2)^3;$$



$$u_n - u_{n-1} = (n-1)^3$$

Cộng từng vế n đẳng thức trên và rút gọn, ta được

$$u_n = 1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3$$

Sử dụng kết quả bài tập 12 b) - ta có

$$1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = (n-1)^2 n^2 / 4$$

Vậy

$$u_n = 1 + n^2(n-1)^2 / 4$$

$$u_{100} = 24502501$$

b) Hãy viết một vài số hạng đầu của dãy và quan sát

$$v_1 = 2;$$

$$v_2 = v_1^2 = 2^2;$$

$$v_3 = v_2^2 = 24 = 2^{2^2};$$

$$v_4 = v_3^2 = 2^8 = 2^{2^3}$$

Từ đây dự đoán $v_n = 2^{2^{n-1}}$

Công thức trên dễ dàng chứng minh bằng phương pháp quy nạp. Số 4294967296 là số hạng thứ sáu của dãy số (v_n)

Bài 2.7 trang 112 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Dãy số (x_n) được biểu diễn trên trục số bởi tập hợp các điểm, kí hiệu là A:

$$A = \{A_0, A_1, A_2, \dots, A_n\}$$

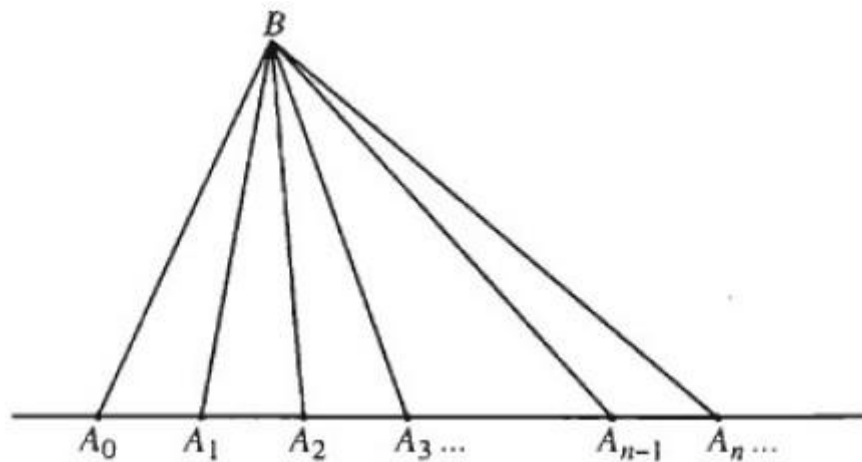
Gọi B là điểm nằm ngoài trục số. Người ta dựng các tam giác đỉnh B và hai đỉnh còn lại thuộc tập hợp A.

Đặt u_n là số các tam giác được tạo thành từ B và hai trong số $n + 1$ điểm $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ rồi lập dãy số u_n

a) Tính u_1, u_2, u_3, u_4

b) Chứng minh rằng $u_n = C_{n+1}^2$ và $u_{n+1} = u_n + n + 1$

Giải:



a)

$$u_1=1$$

$$u_2=3$$

$$u_3=6$$

$$u_4=10$$

b) Số các tam giác tạo thành từ B và $n + 1$ điểm chính là số tổ hợp chập 2 của $n + 1$ phần tử:

Áp dụng công thức $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$

$$\text{Ta có } C_{n+2}^2 = C_{n+1}^2 + C_{n+1}^1$$

$$\text{Hay } u_{n+1} = u_n + n + 1$$

Bài 2.8 trang 112 [Sách bài tập](#) (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho dãy số (u_n) thỏa mãn điều kiện: Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì $0 < u_n < 1$ và $u_{n+1} < 1 - 1/4u_n$

Chứng minh dãy số đã cho là dãy giảm.

Giải:

Vì $0 < u_n < 1$ với mọi n nên $1 - u_{n+1} > 0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có $u_{n+1}(1 - u_{n+1}) \leq 1/4$

Mặt khác, từ giả thiết $u_{n+1} < 1 - 1/4u_n$



suy ra $u_{n+1}.u_n < u_n - 1/4$ hay $1/4 < u_n(1 - u_{n+1})$

So sánh (1) và (2) ta có:

$$u_{n+1}(1 - u_{n+1}) < u_n(1 - u_{n+1}) \text{ hay } u_{n+1} < u_n$$

Xem thêm các bài tiếp theo tại: <https://vndoc.com/giai-bai-tap-lop-11>