

Giải SBT Toán 11 bài 3: Cấp số cộng

Bài 3.1 trang 117 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 - 7n$

- a) Khảo sát tính tăng, giảm của dãy số;
- b) Chứng minh dãy số trên là cấp số cộng. Lập công thức truy hồi của dãy số;
- c) Tính tổng 100 số hạng đầu của dãy số.

Giải:

a) Xét hiệu $H = u_{n+1} - u_n = 1 - 7(n+1) - (1 - 7n) = -7 < 0$, vậy dãy số giảm.

b) Do $u_{n+1} = u_n - 7$ nên dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = -6; d = -7$

Công thức truy hồi là

$$\{u_1 = -6; u_{n+1} = u_n - 7 \text{ với } n \geq 1$$

c) $S_{100} = -35250$

Bài 3.2 trang 118 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- a) $u_n = 3n - 1$;
- b) $u_n = 2^n + 1$;
- c) $u_n = (n+1)^2 - n^2$;
- d)

$$\{u_1 = 3; u_{n+1} = 1 - u_n$$

Giải:

a) $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 1 - 3n + 1 = 3$

Vì $u_{n+1} = u_n + 3$ nên (u_n) dãy số là cấp số cộng với $u_1 = 2, d = 3$

b) $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} + 1 - 2^n - 1 = 2^n$. Vì 2^n không là hằng số nên dãy số (u_n) không phải là cấp số cộng.

c) Ta có $u_n = 2n + 1$.



Vì $u_{n+1}-u_n=2(n+1)+1-2n-1=2$, nên dãy đã cho là cấp số cộng với $u_1=3; d=2$

d) Để chứng tỏ (u_n) không phải là cấp số cộng, ta chỉ cần chỉ ra, chẳng hạn $u_3-u_2 \neq u_2-u_1$ là đủ.

Bài 3.3 trang 118 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tính số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) biết:

a)

$$\{u_1+2u_5=0; S_4=14$$

b)

$$\{u_4=10; u_7=19$$

c)

$$\{u_1+u_5-u_3=10; u_1+u_6=7$$

d)

$$\{u_7-u_3=8; u_2 \cdot u_7=75$$

Giải:

a) $u_1=8, d=-3$

b) $u_1=1, d=3$

c) $u_1=36, d=-13$

d) $u_1=3, d=2$ hoặc $u_1=-17, d=2$.

Bài 3.4 trang 118 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tính số các số hạng của cấp số cộng (a_n) , nếu

$$\{a_2+a_4+\dots+a_{2n}=126$$

Giải:

ĐS: $n = 6$

Bài 3.5 trang 118 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tìm cấp số cộng (u_n) biết



a)

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + \dots + u_n = a \\ u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 = b^2 \end{cases}$$

Giải:

a) Ta có hệ

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 & (1) \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 & (2) \end{cases}$$

Áp dụng công thức $u_1 + u_3 = 2u_2$ suy ra $u_2 = 9$ (3)

Thay $u_2 = 9$ vào (1) và (2) ta được

$$\begin{cases} u_1 + u_3 = 18 \\ u_1^2 + u_3^2 = 194 \end{cases}$$

Từ đây tìm được $u_1=5, u_3=13$ hoặc $u_1=13, u_3=5$

Vậy ta có hai cặp số cộng 5, 9, 13 và 13, 9, 5

b) Ta có

$$b^2 = u_1^2 + (u_1 + d)^2 + \dots + [u_1 + (n-1)d]^2$$

$$= nu_1^2 + 2u_1d[1+2+\dots+(n-1)] + d^2[1^2+2^2+\dots+(n-1)^2]$$

$$= nu_1^2 + n(n-1)u_1d + n(n-1)(2n-1)d^2/6 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác, } a = nu_1 + n(n-1)d/2 \quad (2)$$

Từ (2) tìm được u_1 thay u_1 vào (1) để tìm d .

$$\text{Kết quả} \quad d = \pm \sqrt{\frac{12(nb^2 - a^2)}{n^2(n^2 - 1)}}$$

$$u_1 = 1/n \cdot [a - n(n-1)d/2]$$



Bài 3.6 trang 118 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho ba góc α, β, γ tạo thành một cấp số cộng theo thứ tự đó với công sai $d = \pi/3$

Chứng minh:

a) $\tan \alpha \cdot \tan \beta + \tan \beta \cdot \tan \gamma + \tan \gamma \cdot \tan \alpha = -3$

b) $4 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma = \cos 3$

Giải:

Từ cấp số cộng α, β, γ với công sai $d = \pi/3$ suy ra

$$\alpha = \beta - \pi/3; \gamma = \beta + \pi/3$$

Thay α, γ vào hệ thức và áp dụng công thức cộng cung

Bài 3.7 trang 118 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho cấp số cộng (u_n) chứng minh rằng

Nếu $S_m/S_n = m^2/n^2$

Thì $u_m/u_n = 2m-1/2n-1$

Giải:

Ta có $S_m = 2u_1 + (m-1)d/2 \cdot m$

$$S_n = 2u_1 + (n-1)d/2 \cdot n$$

Theo giả thiết

$$S_m/S_n = [2u_1 + (m-1)d]m/[2u_1 + (n-1)d]n = m^2/n^2$$

Suy ra $(2u_1 - d)(m - n) = 0$ (với $m \neq n$).

Từ đó $u_1 = d/2$

$$\text{Vậy } u_m/u_n = u_1 + (m-1)d/u_1 + (n-1)d = d/2 + (m-1)d/d/2 + (n-1)d = 2m-1/2n-1$$

Bài 3.8 trang 118 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tìm x từ phương trình

a) $2 + 7 + 12 + \dots + x = 245$, biết 2, 7, 12, ..., x là cấp số cộng.



b) $(2x+1)+(2x+6)+(2x+11)+\dots+(2x+96)=1010$ biết 1, 6, 11, ... là cấp số cộng.

Giải:

a) Ta có

$$u_1=2, d=5, S_n=245$$

$$245=n[2.2+(n-1)5]/2$$

$$\Leftrightarrow 5n^2-n-490=0$$

Giải ra được $n = 10$

$$\text{Từ đó tìm được } x=u_{10}=2+9.5=47$$

b) Xét cấp số cộng 1, 6, 11, ..., 96. Ta có

$$96=1+(n-1)5 \Rightarrow n=20$$

$$\text{Suy ra } S_{20}=1+6+11+\dots+96=20(1+96)/2=970$$

$$\text{Và } 2x.20 + 970 = 1010$$

$$\text{Từ đó } x = 1$$

Xem thêm các bài tiếp theo tại: <https://vndoc.com/giai-bai-tap-lop-11>