

Giải SBT Toán 11 bài 4: Cấp số nhân

Bài 4.1 trang 125 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-3)^{2n-1}$

- a) Chứng minh dãy số (u_n) là cấp số nhân. Nêu nhận xét về tính tăng, giảm của dãy số;
- b) Lập công thức truy hồi của dãy số;
- c) Hỏi số là số hạng thứ mấy của dãy số?

Giải:

- a) Có thể lập tỉ số u_{n+1}/u_n . Cấp số nhân có $u_1 = -3, q = 9$

Xét hiệu

$$\begin{aligned}H &= u_{n+1} - u_n \\&= (-3)^{2n+1} - (-3)^{2n-1} \\&= (-3)^{2n} [(-3)^1 - (-3)^{-1}] \\&= 9^n (-8/3) < 0\end{aligned}$$

vậy dãy số giảm.

- b) Công thức truy hồi

$$\{u_1 = -3; u_{n+1} = 9 \cdot u_n \text{ với } n \geq 1$$

- c) Số hạng thứ năm.

Bài 4.2 trang 125 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cấp số nhân (u_n) có

$$\{u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$$

- a) Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân;
- b) Hỏi tổng của bao nhiêu số hạng đầu tiên sẽ bằng 3096?
- c) Số 12 288 là số hạng thứ mấy?

Giải

ĐS:



a) $u_1=3, q=2$

b) $n = 10$

c) $n = 13$

Bài 4.3 trang 125 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tìm số các số hạng của cấp số nhân (u_n) biết

a) $q=2, u_n=96, S_n=189$;

b) $u_1=2, u_n=1/8, S_n=31/8$

Giải:

ĐS:

a) $n = 6$

b) $n = 5$

Bài 4.4 trang 125 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) biết

a)

$$\begin{cases} u_5 - u_1 = 15 \\ u_4 - u_2 = 6 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 10 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 20 \end{cases}$$

Giải:

a) Ta có hệ

$$\begin{cases} u_1 q^4 - u_1 = 15 \\ u_1 q^3 - u_1 q = 6 \end{cases}$$

hay

$$\begin{cases} u_1 (q^4 - 1) = 15 \\ u_1 (q^3 - q) = 6 \end{cases} \quad (1)$$

Do (1) nên $q \neq \pm 1$ suy ra $15/6 = q^4 - 1/q(q^2 - 1) = q^2 + 1/q$

Biến đổi về phương trình $2q^2 - 5q + 2 = 0$

Giải ra được $q = 2$ và $q = 1/2$

Nếu $q = 2$ thì $u_1 = 1$

Nếu $q = 1/2$ thì $u_1 = -16$

b) ĐS: $u_1 = 1, q = 2$

Bài 4.5 trang 126 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Bốn số lập thành một cấp số cộng. Lần lượt trừ mỗi số ấy cho 2, 6, 7, 2 ta nhận được một cấp số nhân. Tìm các số đó.

Giải:

HD: Gọi 4 số cần tìm là x, y, z, t ta có:

Cấp số cộng x, y, z, t

Cấp số nhân $x-2, y-6, z-7, t-2$

Ta có hệ

$$\begin{cases} x + z = 2y \\ y + t = 2z \\ (y - 6)^2 = (x - 2)(z - 7) \\ (z - 7)^2 = (y - 6)(t - 2) \end{cases}$$

ĐS: $x=5, y=12, z=19, t=26$

Bài 4.6 trang 126 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Viết bốn số xen giữa các số 5 và 160 để được một cấp số nhân.

Giải:

ĐS: 10, 20, 40, 80

Bài 4.7 trang 126 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho dãy số

$(u_n): \{u_1=0; u_{n+1}=2u_n+3/u_n+4 \text{ với } n \geq 1\}$



a) Lập dãy số (x_n) với $x_n = u_n - 1/u_{n+3}$. Chứng minh dãy số là cấp số nhân.

b) Tìm công thức tính x_n, u_n theo n .

Giải:

Từ giả thiết có

$$u_{n+1}(u_n + 4) = 2u_n + 3 \text{ hay } (u_{n+1} \cdot u_n + 4u_{n+1} = 2u_n + 3) \quad (1)$$

Lập tỉ số

$$x_{n+1}/x_n = u_{n+1} - 1/u_{n+1} + 3 \cdot u_n + 3/u_n - 1 = u_{n+1}u_n + 3u_{n+1} - u_n - 3/u_{n+1}u_n - u_{n+1} + 3u_n - 3 \quad (2)$$

Từ (1) suy ra $u_{n+1} \cdot u_n = 2u_n + 3 - 4u_{n+1}$ thay vào (2) ta được

$$x_{n+1}/x_n = 2u_n + 3 - 4u_{n+1} + 3u_{n+1} - u_n - 3/2u_n + 3 - 4u_{n+1} - u_{n+1} + 3u_n - 3 = u_n - u_{n+1}/5(u_n - u_{n+1}) = 1/5$$

Vậy $x_{n+1} = 1/5 x_n$ ta có cấp số nhân (x_n) với $q = 1/5$ và $x_1 = -1/3$

Ta có $x_n = -1/3(1/5)^{n-1}$

Từ đó tìm được $u_n = 3x_n - 1/1 - x_n$

$$= \frac{-\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} - 1}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}} = \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} + 1}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} + 1}$$

Bài 4.8 trang 126 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Ba số khác nhau có tổng bằng 114 có thể coi là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, hoặc coi là các số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ hai mươi lăm của một cấp số cộng. Tìm các số đó.

Giải:

HD: làm tương tự ví dụ 7/12 Bài 4.

ĐS: Ba số phải tìm là 2, 14, 98

Bài 4.9 trang 126 Sách bài tập (SBT) Đại số và [giải tích 11](#)

Cho cấp số nhân, a, b, c, d . Chứng minh rằng

a) $a^2b^2c^2(1/a^3 + 1/b^3 + 1/c^3) = a^3 + b^3 + c^3$;

b) $(ab + bc + cd)^2 = (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$

Giải:



a) Biến đổi về trái

$$a^2b^2c^2(1/a^3+1/b^3+1/c^3)$$

$$=b^2c^2/a+a^2c^2/b+a^2b^2/c$$

$$=acc^2/a+(b^2)^2/b+a^2ac/c$$

$$=a^3+b^3+c^3$$

b) HD: Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki cho các số a, b, c và b, c, d.

Bài 4.10 trang 126 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Giải phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$ biết a, b, c, d là một cấp số nhân với công bội q.

Giải:

HD: Thay các hệ số a, b, c, d lần lượt bằng a, aq, aq², aq³ vào phương trình và biến đổi

Xem thêm các bài tiếp theo tại: <https://vndoc.com/giai-bai-tap-lop-11>