

Giải SBT Toán 11 bài 1: Giới hạn của dãy số

Bài 1.1 trang 153 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Biết rằng dãy số (u_n) có giới hạn là 0. Giải thích vì sao dãy số (v_n) với $v_n = |u_n|$ cũng có giới hạn là 0. Chiều ngược lại có đúng không?

Giải:

Vì (u_n) có giới hạn là 0 nên $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Mặt khác, $|v_n| = |u_n| = |u_n|$. Do đó, $|v_n|$ cũng có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi. Vậy, (v_n) có giới hạn là 0.

(Chứng minh tương tự, ta có chiều ngược lại cũng đúng).

Bài 1.2 trang 153 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Vì sao dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n$ không thể có giới hạn là 0 khi $n \rightarrow +\infty$?

Giải:

Vì $|u_n| = |(-1)^n| = 1$ nên $|u_n|$ không thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi. Chẳng hạn, $|u_n|$ không thể nhỏ hơn 0,5 với mọi n .

Do đó, dãy số (u_n) không thể có giới hạn là 0.

Bài 1.3 trang 153 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho biết dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn, còn dãy số (v_n) không có giới hạn hữu hạn. Dãy số $(u_n + v_n)$ có thể có giới hạn hữu hạn không?

Giải:

Dãy $(u_n + v_n)$ không có giới hạn hữu hạn.

Thật vậy, giả sử ngược lại, $(u_n + v_n)$ có giới hạn hữu hạn.

Khi đó, các dãy số $(u_n + v_n)$ và (u_n) cùng có giới hạn hữu hạn, nên hiệu của chúng cũng là một dãy có giới hạn hữu hạn, nghĩa là dãy số có số hạng tổng quát là $u_n + v_n - u_n = v_n$ có giới hạn hữu hạn. Điều này trái với giả thiết (v_n) không có giới hạn hữu hạn.

Bài 1.4 trang 153 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

a) Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) . Biết $\lim u_n = -\infty$ và $v_n \leq u_n$ với mọi n . Có kết luận gì về giới hạn của dãy (v_n) khi $n \rightarrow +\infty$?

b) Tìm v_n với $v_n = -n!$

Giải :

a) Vì $\lim u_n = -\infty$ nên $\lim(-u_n) = +\infty$. Do đó, $(-u_n)$ có thể lớn hơn một số dương lớn tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi. (1)

Mặt khác, vì $v_n \leq u_n$ với mọi n nên $(-v_n) \geq (-u_n)$ với mọi n . (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(-v_n)$ có thể lớn hơn một số dương lớn tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi. Do đó, $\lim(-v_n) = +\infty$ hay $\lim v_n = -\infty$

b) Xét dãy số $(u_n) = -n$

Ta có $-n! < -n$ hay $v_n < u_n$ với mọi n . Mặt khác, $\lim u_n = \lim(-n) = -\infty$

Từ kết quả câu a) suy ra $\lim v_n = \lim(-n!) = -\infty$

Bài 1.5 trang 153 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tính giới hạn của các dãy số có số hạng tổng quát sau đây, khi $n \rightarrow +\infty$

a) $a_n = 2n - 3n^3 + 1/n^3 + n^2$

b) $b_n = 3n^3 - 5n + 1/n^2 + 4$

c) $c_n = 2n\sqrt{n/n^2 + 2n} - 1$

d) $d_n = (2 - 3n)^3(n+1)^2 / 1 - 4n^5$

e) $u_n = 2^n + 1/n$

f) $v_n = (-\sqrt{2/\pi})n + 3^n/4^n$

g) $u_n = 3^n - 4^n + 1/2 \cdot 4^n + 2^n$

h)
$$v_n = \frac{\sqrt{n^2 + n - 1} - \sqrt{4n^2 - 2}}{n + 3}$$

Giải:

a) -3 ; b) $+\infty$; c) 0 ; d) $27/4$

e) $\lim(2^n + 1/n) = \lim 2^n(1 + 1/n \cdot 1/2^n) = +\infty$



f) 0; g) $-1/2$; h) -1 ;

Bài 1.6 trang 154 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tính các giới hạn sau :

a) $\lim(n^2+2n-5)$;

b) $\lim(-n^3-3n^2-2)$;

c) $\lim[4^n+(-2)^n]$

d) $\lim(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n^2+2})$

Giải:

a) $+\infty$;

b) $-\infty$;

c) $+\infty$;

d) $-3/2$;

Bài 1.7 trang 154 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) . Chứng minh rằng nếu $\lim v_n=0$ và $|u_n|\leq v_n$ với mọi n thì $\lim u_n=0$

Giải:

$\lim v_n=0 \Rightarrow |v_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi (1)

Vì $|u_n|\leq v_n$ và $v_n\leq |v_n|$ với mọi n , nên $|u_n|\leq |v_n|$ với mọi n . (2)

Từ (1) và (2) suy ra $|u_n|$ cũng có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi, nghĩa là $\lim u_n=0$

Bài 1.8 trang 154 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Biết $|u^n-2|\leq 1/3^n$. Có kết luận gì về giới hạn của dãy số (u_n) ?

Giải:

$\lim u_n=2$



Bài 1.9 trang 154 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Nếu $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 0$ và $|u_n| \leq v_n$ với mọi n thì $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. Tính giới hạn của các dãy số có số hạng tổng quát như sau:

a) $u_n = 1/n!$

b) $u_n = (-1)^n / 2^{n-1}$

c) $u_n = 2 - n(-1)^n / 1 + 2n^2$

d) $u_n = (0,99)^n \cos n$

e) $u_n = 5^n - \cos \sqrt{n} \pi$

Giải:

a) Vì $|1/n!| < 1/n$ với mọi n và $\lim_{n \rightarrow \infty} 1/n = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} 1/n! = 0$

b) 0 ; c) 0 ; d) 0 ;

e) Ta có $u_n = 5^n - \cos \sqrt{n} \pi = 5^n (1 - \cos \sqrt{n} \pi / 5^n)$ (1)

Vì $|\cos \sqrt{n} \pi / 5^n| \leq 1/5^n$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} 1/5^n = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \sqrt{n} \pi / 5^n = 0$

Do đó, $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \cos \sqrt{n} \pi / 5^n) = 1 > 0$ (2)

Mặt khác, $\lim_{n \rightarrow \infty} 5^n = +\infty$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\lim_{n \rightarrow \infty} (5^n - \cos \sqrt{n} \pi) = \lim_{n \rightarrow \infty} 5^n (1 - \cos \sqrt{n} \pi / 5^n) = +\infty$

Bài 1.15 trang 155 Sách bài tập (SBT) Đại số 11 và giải tích 11

Cho số thập phân vô hạn tuần hoàn $a = 34,121212\dots$ (chu kì là 12). Hãy viết a dưới dạng một phân số.

Giải:

Giải tương tự Ví dụ 13, ta có $a = 34,121212\dots = 1126/33$

Xem thêm các bài tiếp theo tại: <https://vndoc.com/giai-bai-tap-lop-11>