

Giải SBT Toán 11 ôn tập chương 4: Giới hạn

Bài 1 trang 170 Sách bài tập (SBT) [Đại số 11](#) và giải tích 11

Tính các giới hạn sau

a) $\lim(-3)^n + 2 \cdot 5^n / 1 - 5^n$

b) $\lim 1 + 2 + 3 + \dots + n / n^2 + n + 1$

c) $\lim(\sqrt{n^2 + 2n + 1} - \sqrt{n^2 + n - 1})$

Giải:

a) - 2;

b) 1/2;

c) 1/2

Bài 2 trang 170 Sách bài tập (SBT) [Đại số và giải tích 11](#)

Tìm giới hạn của dãy số (u_n) với

a) $u_n = (-1)^n / n^2 + 1$

b) $u_n = 2^n - n / 3^{n+1}$

Giải:

a) Ta có, $|u_n| = |(-1)^n / n^2 + 1| = 1 / n^2 + 1$. Đặt $v_n = 1 / n^2 + 1$ (1)

$$\text{Ta có } \lim v_n = \lim 1 / n^2 + 1 = \lim \frac{\frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = 0$$

Do đó, $|v_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Từ (1) suy ra, $|u_n| = v_n = |v_n|$

Vậy, $|u_n|$ cũng có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi, nghĩa là $\lim u_n = 0$

b) Hướng dẫn: $|u_n| = |2^n - n / 3^{n+1}| < 2^n / 3^{n+1}$

Bài 3 trang 170 Sách bài tập (SBT) [Đại số và giải tích 11](#)



Viết số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,131131131\dots$ (chu kì 131) dưới dạng phân số.

Giải:

$$2,131131131\dots = 2 + 131/1000 + 131/1000^2 + \dots + 131/1000^n + \dots$$

$$= 2 + \frac{\frac{131}{1000}}{1 - \frac{1}{1000}}$$

$$= 2 + 131/999 = 2129/999$$

(Vì $131/1000, 131/1000^2, \dots, 131/1000^n, \dots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q=1/1000$).

Bài 4 trang 171 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho dãy số (u_n) xác định bởi

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 2} \text{ với } n \geq 1 \end{cases}$$

a) Chứng minh rằng $u_n > 0$ với mọi n .

b) Biết (u_n) có giới hạn hữu hạn. Tìm giới hạn đó.

Giải:

a) Chứng minh bằng quy nạp: $u_n > 0$ với mọi n . (1)

- Với $n = 1$ ta có $u_1 = 1 > 0$

- Giả sử (1) đúng với $n = k \geq 1$ nghĩa là $u_k > 0$ ta cần chứng minh (1) đúng với $n = k + 1$

Ta có $u_{k+1} = 2u_k + 3/u_k + 2$. Vì $u_k > 0$ nên $u_{k+1} = 2u_k + 3/u_k + 2 > 0$

- Kết luận: $u_n > 0$ với mọi n .

b) Đặt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = a$$

$$u_{n+1} = 2u_n + 3/u_n + 2$$



$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} 2u_n + 3/u_n + 2$$

$$\Rightarrow a = 2a + 3/a + 2 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$

Vì $u_n > 0$ với mọi n , nên $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = a \geq 0$. Từ đó suy ra $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \sqrt{3}$

Bài 5 trang 171 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n < M$ với mọi n . Chứng minh rằng nếu $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = a$ thì $a \leq M$

Giải:

Xét dãy số (v_n) với $v_n = M - u_n$

$u_n < M$ với mọi $n \Rightarrow v_n > 0$ với mọi n . (1)

Mặt khác, $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (M - u_n) = M - a$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $M - a \geq 0$ hay $a \leq M$

Bài 6 trang 171 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Từ độ cao 63m của tháp nghiêng PISA ở Italia (H.5) người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng 1/10 độ cao mà quả bóng đạt được ngay trước đó.

Tính độ dài hành trình của quả bóng từ thời điểm ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất.



Giải:

Mỗi khi chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng $1/10$ độ cao của lần rơi ngay trước đó và sau đó lại rơi xuống từ độ cao thứ hai này. Do đó, độ dài hành trình của quả bóng kể từ thời điểm rơi ban đầu đến:

- thời điểm chạm đất lần thứ nhất là $d_1=63$

- thời điểm chạm đất lần thứ hai là $d_2=63+2.63/10$

- thời điểm chạm đất lần thứ ba là $d_3=63+2.63/10+2.63/10^2$

- thời điểm chạm đất lần thứ tư là $d_4=63+2.63/10+2.63/10^2+2.63/10^3$

...

- thời điểm chạm đất lần thứ n ($n > 1$) là

$$d_n=63+2.63/10+2.63/10^2+...+2.63/10^{n-1}$$

(Có thể chứng minh khẳng định này bằng quy nạp).

Do đó, độ dài hành trình của quả bóng kể từ thời điểm rơi ban đầu đến khi nằm yên trên mặt đất là:

$$d=63+2.63/10+2.63/10^2+...+2.63/10^{n-1}+... \text{ (mét).}$$

Vì $2.63/10, 2.63/10^2, ..., 2.63/10^{n-1}, ...$ là một cấp số nhân lùi vô hạn, công bội

$$q=1/10 \text{ nên ta có } 2.63/10+2.63/10^2+...+2.63/10^{n-1}+... = \frac{2.63}{1-\frac{1}{10}} = 14$$

$$\text{Vậy, } d=63+2.63/10+2.63/10^2+...+2.63/10^{n-1}+...=63+14=77 \text{ (mét).}$$

Bài 7 trang 171 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Chứng minh rằng hàm số $f(x)=\cos 1/x$ không có giới hạn khi $x \rightarrow 0$

Giải:

Hướng dẫn: Chọn hai dãy số có số hạng tổng quát là $a_n=1/2n\pi$ và $b_n=1/(2n+1)\pi$. Tính và so sánh $\lim f(a_n)$ và $\lim f(b_n)$ để kết luận về giới hạn của $f(x)$ khi $x \rightarrow 0$

Bài 8 trang 171 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} x+5/x^2+x-3$



b) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + 8x + 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x^2 \sqrt{x} - 1)$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} 2x^3 - 5x - 4/(x+1)^2$

Giải:

a) -3

b) 6

c) $+\infty$

d) $-\infty$

Bài 9 trang 171 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} x - \sqrt{x}/\sqrt{x-1}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^4 + 5x - 1/1 - x^2 + x^4$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - x + 1}}{1 - x}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$

f) $\lim_{x \rightarrow 2^+} (1/x^2 - 4 - 1/x - 2)$

Giải:

a) 4;

b) 1;

c) 2;

d) 1/2

e)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$



$$=\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x^2+1-x^2)/\sqrt{x^2+1}+x=\lim_{x \rightarrow +\infty} x/x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+x$$

$$=\lim_{x \rightarrow +\infty} 1/\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1=1/2$$

f)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (1/x^2 - 4 - 1/x - 2)$$

$$=\lim_{x \rightarrow 2^+} 1 - (x+2)/x^2 - 4$$

$$=\lim_{x \rightarrow 2^+} -x - 1/x^2 - 4 = -\infty$$

Bài 10 trang 172 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Xác định một hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

a) $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$,

b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

Giải:

Chẳng hạn $f(x) = 2x^2 + 1/(x-1)^2$. Dễ dàng kiểm tra được rằng $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện đã nêu.

Xem thêm các bài tiếp theo tại: <https://vndoc.com/giai-bai-tap-lop-11>