

Giải SBT Toán 11 ôn tập chương 5: Đạo hàm

Bài 1 trang 214 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x \cot^2 x$

b) $y = \sin \sqrt{x} / \cos 3x$

c) $y = (\sin 2x + 8)^3$

d) $y = (2x^3 - 5) \tan x$

Giải:

a) $\cot^2 x - \frac{2x \cos}{x \sin^3 x}$

b) $\frac{\cos \sqrt{x} \cos 3x + 6\sqrt{x} \sin \sqrt{x} \sin 3x}{2\sqrt{x} \cos^2 3x}$

c) $6 \cos 2x (\sin 2x + 8)^2$

d) $6x^2 \tan x + \frac{2x^3 - 5}{\cos^2 x}$

Bài 2 trang 214 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Giải phương trình $f'(x) = g(x)$, biết rằng

a) $f(x) = 1 - \cos 3x/3; g(x) = (\cos 6x - 1) \cot 3x$

b) $f(x) = 1/2 \cos 2x; g(x) = 1 - (\cos 3x + \sin 3x)^2$

c) $f(x) = 1/2 \sin 2x + 5 \cos x; g(x) = 3 \sin^2 x + 3/1 + \tan^2 x$.

Giải:

a) $f(x) = 1 - \cos 3x/3 \Rightarrow f'(x) = \sin 3x$. Ta có

$$f'(x) = g(x) \Leftrightarrow (\cos 6x - 1) \cdot \cot 3x = \sin 3x \text{ (điều kiện: } \sin 3x \neq 0 \Leftrightarrow \cos 3x \neq \pm 1)$$

$$\Leftrightarrow (\cos 6x - 1) \cdot \cos 3x = \sin^2 3x$$

$$\Leftrightarrow (1 - 2\sin^2 3x - 1) \cdot \cos 3x = \sin^2 3x$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 3x \cdot (2\cos 3x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x = -1/2 \text{ (vì } \sin 3x \neq 0)$$



$$\Leftrightarrow \cos 3x = \cos 2\pi/3$$

$$\Leftrightarrow 3x = \pm 2\pi/3 + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 2\pi/9 + k.2\pi/3 (k \in \mathbb{Z}).$$

b) $f(x) = 1/2 \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -\sin 2x$. Ta có

$$f'(x) = g(x)$$

$$\Leftrightarrow -\sin 2x = 1 - (\cos 3x + \sin 3x)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin 2x = (\cos 3x + \sin 3x)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin 2x = 1 + 2\sin 3x \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \sin 6x - \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 4x \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x = 0; \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x = \pi/2 + k\pi; 2x = n\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \pi/8 + k.\pi/4; x = n.\pi/2 (k, n \in \mathbb{Z}).$$

c) $f(x) = 1/2 \sin 2x + 5 \cos x \Rightarrow f'(x) = \cos 2x - 5 \sin x$. Ta có

$$f'(x) = g(x)$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x - 5 \sin x = 3 \sin^2 x + 3/1 + \tan 2x$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin x + 3/1 + \tan^2 x = \cos 2x - 3 \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin x + 3 \cos^2 x = \cos^2 x - 4 \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin x = -2 \cos^2 x - 4 \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin x = -2 - 2 \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$$

Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$, ta có phương trình $2t^2 + 5t + 2 = 0$

Giải phương trình $t = -1/2$ ta được (loại $t = -2$).

$$\sin x = -1/2$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \sin(-\pi/6)$$



$$\Leftrightarrow x = -\pi/6 + k2\pi; x = 7\pi/6 + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Bài 3 trang 214 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tìm đạo hàm của hàm số tại điểm đã chỉ ra :

$$a) f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}+1}, f'(0) = ?$$

$$b) y = (4x+5)^2, y'(0) = ?$$

$$c) g(x) = \sin 4x \cos 4x, g'(\pi/3) = ?$$

Giải:

$$a) 1818$$

$$b) 40$$

$$c) -2$$

Bài 4 trang 214 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Chứng minh rằng $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, nếu

$$a) f(x) = 2/3 x^9 - x^6 + 2x^3 - 3x^2 + 6x - 1$$

$$b) f(x) = 2x + \sin x$$

Giải:

$$a)$$

$$f'(x) = 6(x^8 - x^5 + x^2 - x + 1)$$

$$= 6x^2(x^6 - x^3 + 1/4) + 3x^2 + 6(x^2/4 - x + 1)$$

$$= 6x^2(x^3 - 1/2)^2 + 3x^2 + 6(x/2 - 1)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$b) f'(x) = 2 + \cos x > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Bài 5 trang 214 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Xác định a để $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, biết rằng

$$f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + 2x + 1$$

Giải:



$$f'(x)=3x^2+2(a-1)x+2$$

$\Delta'=(a-1)^2-6=a^2-2a-5$. Ta phải có

$$\Delta'<0 \Leftrightarrow a^2-2a-5<0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{6}<a<1+\sqrt{6}$$

Vậy $f'(x)>0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nếu $1-\sqrt{6}<a<1+\sqrt{6}$.

Bài 6 trang 214 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Xác định a để $g'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ biết rằng

$$g(x)=\sin x - a \sin 2x - \frac{1}{3} \sin 3x + 2ax$$

Giải:

$$g'(x)=\cos x - 2a \cos 2x - \cos 3x + 2a$$

$$=4a \sin^2 x + 2 \sin x \sin^2 x$$

$$=4a \sin^2 x + 4 \sin^2 x \cos x$$

$$=4 \sin^2 x (a + \cos x)$$

Rõ ràng với $a > 1$ thì $a + \cos x > 0$ và $\sin^2 x \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên với $a > 1$ thì $g'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Bài 7 trang 215 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $y=\tan x$ có hoành độ $x_0=\pi/4$

Giải:

Đáp số: 2

Bài 8 trang 215 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Trên đường cong $y=4x^2-6x+3$, hãy tìm điểm tại đó tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=2x$

Giải:

Đáp số: (1; 1)

Bài 9 trang 215 Sách bài tập (SBT) Đại số và giải tích 11

Đồ thị hàm số $y=1/\sqrt{3} \cdot \sin 3x$ cắt trục hoành tại gốc tọa độ dưới một góc bao nhiêu độ (góc giữa trục hoành và tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm)?

Giải:



Đáp số: 60° .

Bài 10 trang 215 Sách bài tập (SBT) Đại số 11 và giải tích 11

Cho hàm số

$$f(x)=x^3+bx^2+cx+d; (C)$$

$$g(x)=x^2-3x-1.$$

a) Xác định b, c, d sao cho đồ thị (C) đi qua các điểm $(1;3), (-1;-3)$ và $f'(1/3)=5/3$

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0=1$

c) Giải phương trình $f'(\sin t)=3$

d) Giải phương trình $f''(\cos t)=g'(\sin t)$

e) Tìm giới hạn $\lim_{z \rightarrow 0} f''(\sin 5z) + 2/g'(\sin 3z) + 3$

Giải:

a)

$$c=2, b=-1, d=1$$

$$\Rightarrow f(x)=x^3-x^2+2x+1$$

$$b) f'(x)=3x^2-2x+2 \Rightarrow f'(1)=3$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M(1;3)$ là

$$y-3=3(x-1) \text{ hay } y=3x$$

c)

$$f'(\sin t)=3\sin^2 t-2\sin t+2$$

$$f'(\sin t)=3$$

$$\Leftrightarrow 3\sin^2 t-2\sin t-1=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin t = 1 \\ \sin t = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ t = \arcsin\left(-\frac{1}{3}\right) + k2\pi \\ t = \pi - \arcsin\left(-\frac{1}{3}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

d)

$$f'(x) = 6x - 2$$

$$\Rightarrow f'(\cos t) = 6\cos t - 2$$

$$g'(x) = 2x - 3$$

$$\Rightarrow g'(\sin t) = 2\sin t - 3$$

Vậy

$$6\cos t - 2 = 2\sin t - 3$$

$$\Leftrightarrow 2\sin t - 6\cos t = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin t - 3\cos t = 1/2$$

Đặt $\tan \varphi = 3$, ta được

$$\sin(t - \varphi) = 1/2 \cos \varphi = \alpha. \text{ Suy ra}$$

$$t = \varphi + \arcsin \alpha + k2\pi$$

$$t = \pi + \varphi - \arcsin \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

e)

$$\lim_{z \rightarrow 0} f'(\sin 5z) + 2/g'(\sin 3z) + 3 = \lim_{z \rightarrow 0} 6\sin 5z / 2\sin 3z = 5 \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 5z}{5z}}{\frac{\sin 3z}{3z}} = 5$$

Xem thêm các bài tiếp theo tại: <https://vndoc.com/giai-bai-tap-lop-11>