Đáp án đề thi vào lớp 10 môn Toán tỉnh Thanh Hóa năm 2019

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HOÁ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 - 2020
Môn thi: Toán
Thời gian: 120 phút (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày thi: 05/06/2019
Đề thi có: 01 trang gồm 05 câu

Câu I: (*2,0 điểm*)

Cho biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$, với $x\ge 0, x\ne 4$.

1. Rút gọn biểu thức A.

2. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=6+4\sqrt{2}$.

Câu II: (*2,0 điểm*)

1. Cho đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a, b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'): y=5x+6$ và đi qua điểm $A(2;3)$.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x+2y=11\\ x+2y=5\end{cases}$.

Câu III: (*2,0 điểm*)

1. Giải phương trình: $x^2-4x+3=0$.

2. Cho phương trình: $x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ (m là tham số). Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức:

$$(x_1^2-2mx_1-x_2+2m-3)(x_2^2-2mx_2-x_1+2m-3)=19.$$

Câu IV: (*3,0 điểm*)

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ khác B và C. Gọi I, K, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các đoạn thẳng AB, AC, BC.

1. Chứng minh $AIMK$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $\widehat{MPK}=\widehat{MBC}$.

3. Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI.MK.MP$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu V: (*1,0 điểm*)

Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $abc=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a^4+b^4+ab}+\frac{bc}{b^4+c^4+bc}+\frac{ca}{c^4+a^4+ca}\le 1.$$

-------------- Hết ------------

Gợi ý đáp án đề thi vào lớp 10 môn Toán 2019 Thanh Hóa

Câu I (2,0 điểm) (VD):

Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0, x\ne 4$

1. Rút gọn biểu thức A

2. Tính giá trị của biểu thức khi $x=6+4\sqrt{2}$

Câu I (VD):

Phương pháp:

a) Sử dụng công thức: $\sqrt{A^2B}=|A|\sqrt{B}=\begin{cases}A\sqrt{B} & khi\ A\ge 0\\ -A\sqrt{B} & khi\ A<0\end{cases}$.

b) Đưa x về dạng bình phương của 1 tổng. Tìm $\sqrt{x}$.

Thay giá trị của $\sqrt{x}$ vừa tìm được tính giá trị biểu thức A.

Cách giải:

Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ ***với*** $x\ge 0, x\ne 4$

1. Rút gọn biểu thức A

Với $x\ge 0,\ x\ne 4$ ta có:

$$\begin{aligned}A&=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}\\&=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}\\&=\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}-\frac{5}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}-\frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}\\&=\frac{x-4-5-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}=\frac{x-\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}\\&=\frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}\end{aligned}$$

2. Tính giá trị của biểu thức khi $x=6+4\sqrt{2}$

Ta có:

$x=6+4\sqrt{2}=4+2.2\sqrt{2}+2=2^2+2.2.\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=\left(2+\sqrt{2}\right)^2$

$\Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)^2}=\left|2+\sqrt{2}\right|=2+\sqrt{2}\ \left(Do\ 2+\sqrt{2}>0\right)$

Thay $\sqrt{x}=2+\sqrt{2}$ vào biểu thức A sau khi rút gọn ta được:

$A=\dfrac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{2+\sqrt{2}-4}{2+\sqrt{2}-2}=\dfrac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}}=1-\sqrt{2}$

Câu II (2,0 điểm):

1. Cho đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a, b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'): y=5x+6$ và đi qua điểm $A(2;3)$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=11\\x+2y=5\end{cases}$.

Câu II (VD):

Phương pháp:

1. Hai đường thẳng $d: y=a_1x+b_1,\ d': y=a_2x+b_2$ song song với nhau $\Leftrightarrow \begin{cases}a_1=a_2\\b_1\neq b_2\end{cases}$. Sau đó thay tọa độ điểm A vào công thức hàm số (d).

2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số.

Cách giải:

1. Cho đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a, b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'): y=5x+6$ và đi qua điểm $A(2;3)$.

Ta có: $(d): y=ax+b$ song song với đường thẳng $(d'): y=5x+6 \Rightarrow \begin{cases}a=5\\b\neq 6\end{cases} \Rightarrow (d): y=5x+b\ \ (b\neq 6)$.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;3)$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng (d) ta được:
$3=5.2+b \Leftrightarrow b=-7\ \ (tm)$

Vậy phương trình đường thẳng (d'): $y=5x-7$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=11\\x+2y=5\end{cases}$.

$\begin{cases}3x+2y=11\\x+2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x=6\\x+2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\3+2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\2y=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(3;1)$.

Câu III (2,0 điểm):

1. Giải phương trình $x^2-4x+3=0$.

2. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức:

$$\left(x_1^2-2mx_1-x_2+2m-3\right)\left(x_2^2-2mx_2-x_1+2m-3\right)=19.$$

Câu III (VD):

Phương pháp:

1. Sử dụng biệt thức Δ để giải phương trình bậc hai, hoặc sử dụng các công thức nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai.

2. Tìm điều kiện để phương trình bậc hai có 2 nghiệm phân biệt ($\Delta>0$ hoặc $\Delta'>0$), áp dụng định lí Vi-ét.

Cách giải:

1. Giải phương trình $x^2-4x+3=0$.

Phương trình $x^2-4x+3=0$ có các hệ số $a=1$, $b=-4$, $c=3\Rightarrow a+b+c=1-4+3=0$.

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{3}{1}=3 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1;3\}$.

2. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức:

$$\left(x_1^2-2mx_1-x_2+2m-3\right)\left(x_2^2-2mx_2-x_1+2m-3\right)=19.$$

$x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ (1).

Ta có

$$\begin{aligned}\Delta' &= (m-1)^2-(2m-5)=m^2-2m+1-2m+5 \\ &= m^2-4m+6=m^2-4m+4+2=(m-2)^2+2>0\ \forall m\end{aligned}$$

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2(m-1) \\ x_1x_2=2m-5 \end{cases}$.

Do x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên ta có:

$$\begin{cases} x_1^2-2(m-1)x_1+2m-5=0 \\ x_2^2-2(m-1)x_2+2m-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2-2mx_1+2x_1+2m-5=0 \\ x_2^2-2mx_2+2x_2+2m-5=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2-2mx_1+2m-3+2x_1-2=0 \\ x_2^2-2mx_2+2m-3+2x_2-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2-2mx_1+2m-3=-2x_1+2 \\ x_2^2-2mx_2+2m-3=-2x_2+2 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

2. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức:

$$\left(x_1^2-2mx_1-x_2+2m-3\right)\left(x_2^2-2mx_2-x_1+2m-3\right)=19.$$

Câu III (VD):

Phương pháp:

1. Sử dụng biệt thức Δ để giải phương trình bậc hai, hoặc sử dụng các công thức nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai.

2. Tìm điều kiện để phương trình bậc hai có 2 nghiệm phân biệt ($\Delta>0$ hoặc $\Delta'>0$), áp dụng định lí Vi-ét.

Cách giải:

1. Giải phương trình $x^2-4x+3=0$.

Phương trình $x^2-4x+3=0$ có các hệ số $a=1, b=-4, c=3 \Rightarrow a+b+c=1-4+3=0$.

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{3}{1}=3 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1;3\}$.

2. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức:

$$\left(x_1^2-2mx_1-x_2+2m-3\right)\left(x_2^2-2mx_2-x_1+2m-3\right)=19.$$

$x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ (1).

Ta có

$$\begin{aligned} \Delta' &= (m-1)^2-(2m-5)=m^2-2m+1-2m+5 \\ &= m^2-4m+6=m^2-4m+4+2=(m-2)^2+2>0\ \forall m \end{aligned}$$

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2(m-1) \\ x_1x_2=2m-5 \end{cases}$.

Do x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên ta có:

$$\begin{cases} x_1^2-2(m-1)x_1+2m-5=0 \\ x_2^2-2(m-1)x_2+2m-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2-2mx_1+2x_1+2m-5=0 \\ x_2^2-2mx_2+2x_2+2m-5=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2-2mx_1+2m-3+2x_1-2=0 \\ x_2^2-2mx_2+2m-3+2x_2-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2-2mx_1+2m-3=-2x_1+2 \\ x_2^2-2mx_2+2m-3=-2x_2+2 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$\left(x_1^2-2mx_1-x_2+2m-3\right)\left(x_2^2-2mx_2-x_1+2m-3\right)=19$

$\Leftrightarrow\left(-2x_1+2-x_2\right)\left(-2x_2+2-x_1\right)=19$

$\Leftrightarrow\left(-2x_1-x_2+2\right)\left(-x_1-2x_2+2\right)=19$

$\Leftrightarrow\left(-2x_1-x_2\right)\left(-x_1-2x_2\right)+2\left(-2x_1-x_2\right)+2\left(-x_1-2x_2\right)+4=19$

$\Leftrightarrow 2x_1^2+4x_1x_2+x_1x_2+2x_2^2+2\left(-3x_1-3x_2\right)=15$

$\Leftrightarrow 2\left(x_1^2+x_2^2\right)+5x_1x_2-6\left(x_1+x_2\right)=15$

$\Leftrightarrow 2\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]+5x_1x_2-6\left(x_1+x_2\right)=15$

$\Leftrightarrow 2\left(x_1+x_2\right)^2+x_1x_2-6\left(x_1+x_2\right)=15$

$\Leftrightarrow 2.4\left(m-1\right)^2+2m-5-12\left(m-1\right)=15$

$\Leftrightarrow 8m^2-16m+8+2m-5-12m+12=15$

$\Leftrightarrow 8m^2-26m=0\Leftrightarrow 2m\left(4m-13\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\4m-13=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\dfrac{13}{4}\end{array}\right.$

Vậy $m=0$ hoặc $m=\dfrac{13}{4}$.

Câu IV (3,0 điểm)

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kì khác B và C. Gọi I, K, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các đoạn thẳng AB, AC, BC.

1. Chứng minh $AIMK$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $\angle MPK=\angle MBC$.

3. Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI.MK.MP$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu IV (VDC)

Phương pháp:

1. Sử dụng các dấu hiệu nhận biết để chứng minh tứ giác nội tiếp.

2. Trong một đường tròn, hai góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung thì bằng nhau.

3. Chứng minh các tam giác đồng dạng để chứng minh $MI.MK=MP^2$, từ đó suy ra $MI.MK.MP=MP^3$. Đánh giá và tìm GTLN của MP.

Cách giải:

Ta có : $\angle PMI + \angle PBI = 180^0; \angle PMK + \angle PCK = 180^0$

Mà $\angle ABC = \angle ACB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Hay $\angle IBP = \angle PCK \Rightarrow \angle PMK = \angle PMI$.

Xét ΔMIP và ΔMPK có :

$$\left.\begin{array}{l}\angle PMK = \angle PMI\,(cmt)\\ \angle MIP = \angle MPK\,(cmt)\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta MIP \sim \Delta MPK\,(g.g)$$

$\Rightarrow \dfrac{MI}{MP} = \dfrac{MP}{MK}$ (cạnh tương ứng) $\Rightarrow MI.MK = MP^2 \Rightarrow MI.MK.MP = MP^3$

$\Rightarrow MI.MK.MP$ lớn nhất khi MP lớn nhất.

Gọi P' là trung điểm của BC và M' là giao điểm của OP' với đường tròn (M' thuộc cung nhỏ BC).

Khi đó M' là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.

Dễ thấy $MP \le M'P'$ không đổi nên MP lớn nhất khi $M \equiv M'$ là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $abc=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{ab}{a^4+b^4+ab}+\frac{bc}{b^4+c^4+bc}+\frac{ca}{c^4+a^4+ca}\le 1$$

Lời giải

Áp dụng bổ đề $a^4+b^4\ge ab\left(a^2+b^2\right)$ ta có

Ta có $A=\sum\frac{ab}{a^4+b^4+ab}\le\sum\frac{ab}{ab\left(a^2+b^2+ab\right)}=\sum\frac{1}{a^2+b^2+ab}$

$$=\sum\frac{a^2+b^2+1-\left(a^2+b^2\right)}{a^2+b^2=1}=\sum\left(1-\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2+1}\right)=\sum\left(1-\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2\left(a^2+b^2+1\right)}\right)$$

Ta đi chứng minh $\sum\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2\left(a^2+b^2+1\right)}\ge 2$ hay $\sum\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{\left(a^2+b^2+1\right)}\ge 4$.

Vì vai trò của a,b,c như nhau nên giả sử $a\ge b\ge c$

$$\sum\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2+1}\ge\frac{\left[(a+b)+(b+c)+(c+a)\right]^2}{2\left(a^2+b^2+c^2\right)+3}=\frac{4(a+b+c)^2}{2\left(a^2+b^2+c^2\right)+3}$$

$$\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2+1}+\frac{(b-c)^2}{b^2+c^2+1}+\frac{(c-a)^2}{c^2+a^2+1}=\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2+1}+\frac{(b-c)^2}{b^2+c^2+1}+\frac{(a-c)^2}{c^2+a^2+1}\ge\frac{\left[a-b+b-c+a-c\right]^2}{2\left(a^2+b^2+c^2\right)+3}$$

$$=\frac{4(a-c)^2}{2\left(a^2+b^2+c^2\right)+3}.$$

Ta cần chứng minh $\frac{4(a+b+c)^2}{2\left(a^2+b^2+c^2\right)+3}+\frac{4(a-c)^2}{2\left(a^2+b^2+c^2\right)+3}\ge 4$.

$\Leftrightarrow (a+b+c)^2+(a-c)^2\ge 2\left(a^2+b^2+c^2\right)+3$

Mặt khác $ab+bc+ca\ge 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}=3$

Ta đi chứng minh $(a+b+c)^2+(a-c)^2\ge 2\left(a^2+b^2+c^2\right)+ab+bc+ca$

$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)+a^2-2ac+c^2\ge 2\left(a^2+b^2+c^2\right)+ab+bc+ca$

$\Leftrightarrow -b^2+ab+bc-ac\ge 0$

$\Leftrightarrow b(a-b)-c(a-b)\ge 0$

$\Leftrightarrow (a-b)(b-c)\ge 0$ luôn đúng. Ta được điều phải chứng minh.

Mời các bạn xem tiếp tài liệu tại: https://vndoc.com/luyen-thi-vao-lop-10