

Đề thi vào lớp 10 môn Toán Chuyên Trần Hưng Đạo - Bình Thuận (Hệ số 1)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH THUẬN
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề này có 01 trang)

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO
Năm học: 2019 - 2020
Môn thi: Toán (Hệ số 1)
Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ

Bài 1. (2,0 điểm)
Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - \frac{\sqrt{x}+1}{5-\sqrt{x}} - \frac{5-9\sqrt{x}}{x-25}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 25$.

a) Rút gọn biểu thức P .
b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P < 1$.

Bài 2. (2,0 điểm)
a) Giải phương trình $x^2 + \frac{4}{x} - 4x + \frac{8}{x} = 9$.
b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1^3 - 2x_1^2 + 6mx_1 = 19$.

Bài 3. (2,0 điểm)
Tổng của chữ số hàng trăm và chữ số hàng đơn vị của một số có ba chữ số là 14. Nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì được số mới nhỏ hơn số ban đầu là 396. Tìm số đó biết rằng chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị là 1 đơn vị.

Bài 4. (4,0 điểm)
Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.
b) Gọi I là trung điểm của cạnh BC , K là điểm đối xứng của H qua I . Chứng minh ba điểm A, O, K thẳng hàng.
c) Chứng minh $AK \perp EF$.
d) Chứng minh rằng nếu tam giác ABC có $\tan B \cdot \tan C = 3$ thì $OH \parallel BC$.

HẾT

Đáp án đề thi vào lớp 10 môn Toán 2019 Chuyên Trần Hưng Đạo - Bình Thuận (Hệ số 1)

Bài 1 (2 điểm):

Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - \frac{\sqrt{x}+1}{5-\sqrt{x}} - \frac{5-9\sqrt{x}}{x-25}$ ($x \geq 0, x \neq 25$).

- a) Rút gọn biểu thức P .
b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P < 1$.

Bài 1 (VD)

Phương pháp:

- a) Biến đổi, quy đồng mẫu các phân thức rồi rút gọn biểu thức.
b) Giải bất phương trình $P < 1$, kết hợp với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - \frac{\sqrt{x}+1}{5-\sqrt{x}} - \frac{5-9\sqrt{x}}{x-25}$ ($x \geq 0, x \neq 25$).

a) Rút gọn biểu thức P .

Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 25$.

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - \frac{\sqrt{x}+1}{5-\sqrt{x}} - \frac{5-9\sqrt{x}}{x-25} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} - \frac{5-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-5) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+5) - 5 + 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)} \\ &= \frac{x - 5\sqrt{x} + x + 6\sqrt{x} + 5 - 5 + 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)} \\ &= \frac{2x + 10\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}.$$

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P < 1$.

Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 25$.

Ta có: $P < 1$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} < 1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - 1 < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 5}{\sqrt{x}-5} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-5} < 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x}-5 < 0 \quad \left(\text{do } \sqrt{x}+5 > 0 \quad \forall x \geq 0, x \neq 25 \right) \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x} < 5 \Leftrightarrow x < 25 \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện $x \geq 0, x \neq 25$ ta có: $0 \leq x < 25$.

Vậy $0 \leq x < 25$ thỏa mãn bài toán.

Bài 2 (2 điểm):

a) Giải phương trình: $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4x + \frac{8}{x} = 9$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - 2x_1^2 + 6mx_1 = 19$.

Bài 2 (VD)

Phương pháp:

a) +) Đặt điều kiện để phương trình có nghĩa.

+) Biến đổi vế trái của phương trình về dạng các bình phương rồi giải phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

b) +) Tìm điều kiện của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

+) Áp dụng định lý Vi-et và hệ thức bài cho để xác định m , đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

a) Giải phương trình: $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4x + \frac{8}{x} = 9$.

Điều kiện: $x \neq 0$.

$$\begin{aligned} &x^2 + \frac{4}{x^2} - 4x + \frac{8}{x} = 9 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 4 + \frac{4}{x^2} - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + 4 = 9 \\ &\Leftrightarrow \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) - 5 = 0 \quad (*) \end{aligned}$$

Đặt $x - \frac{2}{x} = t$, khi đó phương trình (*) trở thành:

$$\begin{aligned} t^2 - 4t - 5 &= 0 \Leftrightarrow t^2 - 5t + t - 5 = 0 \Leftrightarrow t(t-5) + (t-5) = 0 \\ &\Leftrightarrow (t-5)(t+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t-5=0 \\ t+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=5 \\ t=-1 \end{cases} \end{aligned}$$

+) Với $t = 5 \Rightarrow x - \frac{2}{x} = 5 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 2 = 0$.

Ta có: $\Delta = (-5)^2 + 4.2 = 33 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt:
$$\begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{33}}{2} \text{ (tm)} \\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{33}}{2} \text{ (tm)} \end{cases}$$

+) Với $t = -1 \Rightarrow x - \frac{2}{x} = -1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x(x+2) - (x-2) = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \text{ (tm)} \\ x=1 \text{ (tm)} \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ -2; \frac{5 - \sqrt{33}}{2}; 1; \frac{5 + \sqrt{33}}{2} \right\}$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2^3 - 2x_1^3 + 6mx_1 = 19$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0$

$\Leftrightarrow m^2 - m^2 + m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$.

Với $m \geq 1$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 .

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m & (1) \\ x_1 x_2 = m^2 - m + 1 & (2) \end{cases}$$

(Còn tiếp)

Bài 3 (2 điểm):

Tổng của chữ số hàng trăm và chữ số hàng đơn vị của một số có ba chữ số là 14. Nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì được số mới nhỏ hơn số ban đầu là 396. Tìm số đó biết rằng chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị là 1 đơn vị.

Bài 3 (VD)

Phương pháp:

Gọi chữ số cần tìm có dạng $\overline{abc}$ ($a, c \in \mathbb{N}^*, b \in \mathbb{N}$).

Dựa vào các giả thiết bài toán, lập các phương trình để tìm số cần tìm.

Cách giải:

Gọi chữ số cần tìm có dạng $\overline{abc}$ ($a, c \in \mathbb{N}^*, b \in \mathbb{N}$).

Theo đề bài ta có:

+) Tổng của chữ số hàng trăm và chữ số hàng đơn vị là 14 $\Rightarrow a + c = 14 \Leftrightarrow a = 14 - c$. (1)

+) Chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị là 1 đơn vị $\Rightarrow b = c - 1$. (2)

Khi viết ngược số ban đầu ta được số mới có dạng: $\overline{cba}$.

Ta có số mới nhỏ hơn số ban đầu là 396

$$\Rightarrow \overline{abc} - \overline{cba} = 396$$

$$\Leftrightarrow 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 396$$

$$\Leftrightarrow 100a - 100c + c - a = 396$$

$$\Leftrightarrow 99(a - c) = 396$$

$$\Leftrightarrow a - c = 4$$

$$\Leftrightarrow 14 - c - c = 4$$

$$\Leftrightarrow 2c = 10$$

$$\Leftrightarrow c = 5 \text{ (tm)}.$$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow a = 14 - c = 14 - 5 = 9 \text{ (tm)}$$

$$(2) \Leftrightarrow b = c - 1 = 5 - 1 = 4 \text{ (tm)}.$$

Vậy số cần tìm là: 945.

Bài 4 (4,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

b) Gọi I là trung điểm của cạnh BC , K là điểm đối xứng của H qua I . Chứng minh ba điểm A, O, K thẳng hàng.

c) Chứng minh $AK \perp EF$.

d) Chứng minh rằng nếu tam giác ABC có $\tan B \cdot \tan C = 3$ thì $OH \parallel BC$.

Bài 4 (VDC):

Phương pháp:

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ có hai đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau.

b) Chứng minh $\angle ACK = 90^\circ$.

c) Gọi $P = AK \cap EF$, chứng minh tam giác APE có $\angle PAE + \angle AEP = 90^\circ$.

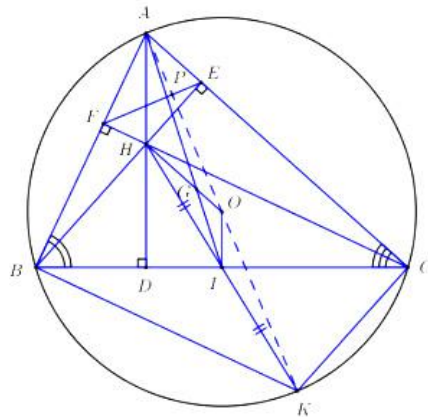
d) Gọi $G = AI \cap OH$, chứng minh G là trọng tâm tam giác ABC .

Đặt $AH = xHD$. Từ giả thiết $\tan B \cdot \tan C = 3$ tìm x .

Sử dụng định lý Ta-lét đảo chứng minh $HG \parallel DI$, từ đó suy ra đpcm.

Cách giải:

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .



a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

Ta có: $\begin{cases} BE \perp AC \text{ (gt)} \Rightarrow \angle BEC = 90^\circ \\ CF \perp AB \text{ (gt)} \Rightarrow \angle BFC = 90^\circ \end{cases}$

Xét tứ giác $BCEF$ có: $\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau).

b) Gọi I là trung điểm của cạnh BC , K là điểm đối xứng của H qua I . Chứng minh ba điểm A, O, K thẳng hàng.

Do K là điểm đối xứng của H qua I nên I là trung điểm của HK .

Xét tứ giác $BHCK$ có hai đường chéo BC, HK cắt nhau tại I là trung điểm của mỗi đường.

Suy ra tứ giác $BHCK$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết).

$\Rightarrow BH \parallel CK$ hay $BE \parallel CK$.

Mà $BE \perp AC$ (gt) nên $CK \perp AC \Rightarrow \angle ACK = 90^\circ \Rightarrow \angle ACK$ nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) .

Do đó AK là đường kính của (O) hay ba điểm A, O, K thẳng hàng.

c) Chứng minh $AK \perp EF$.

Gọi $P = AK \cap EF$. Ta cần chứng minh $\angle APE = 90^\circ$.

Tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\angle AEF = \angle ABC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

Mà $\angle ABC = \angle AKC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC);

Suy ra $\angle AEF = \angle AKC = \angle AEP$.

Xét tam giác APE có $\angle PAE + \angle AEP = \angle KAC + \angle AKC = 180^\circ - \angle ACK = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

$\Rightarrow \angle APE = 90^\circ \Rightarrow AP \perp EP$ hay $AK \perp EF$.

d) Chứng minh rằng nếu tam giác ABC có $\tan B \cdot \tan C = 3$ thì $OH \parallel BC$.

Gọi $G = OH \cap AI$. Trong tam giác AHK có AI, HO là hai đường trung tuyến

$\Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác $AHK \Rightarrow \frac{AG}{AI} = \frac{2}{3}$ (1) (Tính chất trọng tâm của tam giác).

Xét tam giác ABC có: AI là đường trung tuyến và $\frac{AG}{AI} = \frac{2}{3}$ (cmt);

$\Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác ABC .

Giả sử $AD = xHD$ ($x > 1$).

Ta có:

$$\tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{xHD}{BD} = x \tan \angle HBD = x \tan \angle EBC = x \cdot \frac{EC}{BE}$$

$$\tan C = \frac{BE}{EC}$$

$$\Rightarrow \tan B \cdot \tan C = x \cdot \frac{EC}{BE} \cdot \frac{BE}{EC} = x$$

Theo bài ra ta có: $\tan B \cdot \tan C = 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow AD = 3HD \Rightarrow \frac{AH}{AD} = \frac{2}{3}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\frac{AH}{AD} = \frac{AG}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow HG \parallel DI \Rightarrow HG \parallel BC$ (Định lý Ta-lét đảo).

Mà $G = OH$. Vậy $OH \parallel BC$ (dpcm).

Mời các bạn xem tiếp tài liệu tại: <https://vn doc.com/lu yen-thi-vao-lop-10>