

Bài tập phương trình bậc nhất hai ẩn nâng cao

Bản quyền tài liệu thuộc về VnDoc

A. Lý thuyết

1. Định nghĩa

Phương trình bậc nhất hai ẩn là phương trình có dạng $ax + by = c$, trong đó a, b, c là các số đã biết, $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$ và x, y là các ẩn.

2. Nhận xét

Phương trình bậc nhất hai ẩn có vô số nghiệm. Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi một đường thẳng:

- ✓ Với $a \neq 0$ và $b \neq 0$, khi đó phương trình có dạng $ax + by = c$ và đường thẳng $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ là đường thẳng cắt cả hai trục tọa độ. Đó là đồ thị của hàm số bậc nhất.
- ✓ Với $a = 0$ và $b \neq 0$, khi đó phương trình có dạng $by = c$ và đường thẳng $y = \frac{c}{b}$ là đường thẳng song song với trục hoành. Đó là đồ thị của hàm hằng.
- ✓ Với $a \neq 0$ và $b = 0$, khi đó phương trình có dạng $ax = c$ và đường thẳng $x = \frac{c}{a}$ là đường thẳng song song với trục tung. Đó là đồ thị của hàm hằng.

B. Bài tập vận dụng

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $(m-3)x + (2m-1)y = 2$ (với m là tham số) (1)

- a) Chứng minh rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
- b) Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1) là lớn nhất.

Lời giải:

- a) Điều kiện cần và đủ để đường thẳng $(m-3)x + (2m-1)y = 2$ luôn đi qua một điểm cố định $M(x_0; y_0)$ với mọi m là:

$$(m-3)x_0 + (2m-1)y_0 = 2 \text{ với mọi } m$$

$$\Leftrightarrow mx_0 - 3x_0 + 2my_0 - y_0 - 2 = 0 \text{ với mọi } m$$

$$\Leftrightarrow (x_0 + 2y_0)m - (3x_0 + y_0 + 2) = 0 \text{ với mọi } m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2y_0 = 0 \\ 3x_0 + y_0 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{4}{5} \\ y_0 = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{4}{5}; \frac{2}{5}\right)$$

Vậy các đường thẳng (1) luôn đi qua điểm cố định M .

- b) Gọi h là khoảng cách từ O đến đường thẳng (1). Nếu

$$m = 3 \text{ thì (1) trở thành } 5y = 2, \text{ ta có } h = \frac{2}{5} \quad (2)$$

$$m = \frac{1}{2} \text{ thì (1) trở thành } -\frac{5}{2}x = 2, \text{ ta có } h = \frac{4}{5} \quad (3)$$

$m \neq \frac{1}{2}; 3$ thì (1) có dạng $(m-3)x + (2m-1)y = 2$. Gọi A là giao điểm của (1) với trục tung. Với $x=0$ thì $y = \frac{2}{2m-1}$, do đó $OA = \left| \frac{2}{2m-1} \right|$. Gọi B là giao điểm của (1) với trục tung. Với $y=0$ thì $x = \frac{2}{m-3}$, do đó $OB = \left| \frac{2}{m-3} \right|$.

$$\text{Lúc này } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{3m^2 - 2m + 10}{4} = \frac{3 \left[\left(m^2 - 2m \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{9} \right) + \frac{29}{9} \right]}{4}$$

$$\text{Hay } \frac{1}{h^2} \geq \frac{29}{12} \Rightarrow h^2 \leq \frac{12}{29} \quad (4)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\text{Max } h = \frac{4}{5}$ khi $m = \frac{1}{2}$.

Áp dụng:

Bài 1: Cho đường thẳng $(m-3)x + (2m-1)y = 2$ (với m là tham số) (1)

- Chứng minh rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1) là lớn nhất.

Bài 2: Cho đường thẳng $(4m-5)x + (3m+1)y = 1$ (với m là tham số) (1)

- Chứng minh rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1) là lớn nhất.

Bài 3: Cho đường thẳng $(2m+1)x + (2m-1)y = 4$ (với m là tham số) (1)

- Chứng minh rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1) là lớn nhất.

Bài 4: Cho đường thẳng $(5m+8)x + (6m-1)y = 9$ (với m là tham số) (1)

- Chứng minh rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1) là lớn nhất.

Bài 5: Cho đường thẳng $(m-3)x + (m-1)y = 2$ (với m là tham số) (1)

- Chứng minh rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1) là lớn nhất.

Bài 6: Cho đường thẳng $(m-1)x + my = 7$ (với m là tham số) (1)

- a) Chứng minh rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .
- b) Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1) là lớn nhất.

Ví dụ 2: Tìm các giá trị của b, c để đường thẳng $4x + by + c = 0$ (1) và $cx - 3y + 9 = 0$ (2) trùng nhau.

Lời giải:

Với $b = 0, c = 0$, ta có đường thẳng (1), (2) trở thành $4x = 0$ và $-3y = 0$. Hai đường thẳng này không trùng nhau (loại).

Với $b = 0, c \neq 0$, ta có đường thẳng (1), (2) trở thành $4x + c = 0$ và $\frac{c}{3}x - y + 3 = 0$. Để

hai đường thẳng trùng nhau khi và chỉ khi:
$$\begin{cases} 4 = \frac{c}{3} \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{4}{3} \\ c = 3 \end{cases} \text{ (Vô lý)}$$

Với $b \neq 0, c \neq 0$, ta có đường thẳng (1), (2) trở thành $y = -\frac{4}{b}x - \frac{c}{b}$ và $y = \frac{c}{3}x + 3$. Để

hai đường thẳng trùng nhau khi và chỉ khi:
$$\begin{cases} -\frac{4}{b} = \frac{c}{3} \\ -\frac{c}{b} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -6 \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$$

Áp dụng:

Bài 1: Tìm các giá trị của b, c để đường thẳng $bx + 5y + c = 0$ (1) và $-7x - cy + 10 = 0$ (2) trùng nhau.

Bài 2: Tìm các giá trị của b, c để đường thẳng $3x + 2by + 5c = 0$ (1) và $9cx - 3y + 4 = 0$ (2) trùng nhau.

Bài 3: Tìm các giá trị của b, c để đường thẳng $5x + 8y + 6c = 0$ (1) và $2cx - 7y + 11 = 0$ (2) trùng nhau.

Bài 4: Tìm các giá trị của b, c để đường thẳng $5x + 3by + c = 0$ (1) và $11cx - y + 6 = 0$ (2) trùng nhau.

Bài 5: Tìm các giá trị của b, c để đường thẳng $3x + 5by + 4c = 0$ (1) và $9cx - 7y + 16 = 0$ (2) trùng nhau.

Tải thêm tài liệu tại:

<https://vndoc.com/tai-lieu-hoc-tap-lop-9>