

Tài liệu do VnDoc.com biên soạn và đăng tải, nghiêm cấm các hành vi sao chép với mục đích thương mại.

Phương pháp đánh giá

I. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Giải bất phương trình: $\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}} + \sqrt{x+\sqrt{x^2-1}} \leq 2$

Hướng dẫn giải:

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x + \sqrt{x^2 - 1} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1 \\ x - \sqrt{x^2 - 1} \geq 0 \end{cases}$$

Xét về trái của bất phương trình ta có:

$$\begin{aligned} VT &= \sqrt{x-\sqrt{x^2-1}} + \sqrt{x+\sqrt{x^2-1}} \\ &\geq 2\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}} \cdot \sqrt{x+\sqrt{x^2-1}} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Bất phương trình có nghiệm} &\Leftrightarrow \sqrt{x-\sqrt{x^2-1}} = \sqrt{x+\sqrt{x^2-1}} \\ &\Leftrightarrow x = 1 \end{aligned}$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $x = 1$

Ví dụ 2: Giải bất phương trình: $\sin x \geq \sqrt{x^2+1}$

Hướng dẫn giải:

Điều kiện xác định: $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \sin x \leq 1 \\ \sqrt{x^2+1} \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{Do đó bất phương trình tương đương: } \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sqrt{x^2+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy bất phương trình có nghiệm duy nhất $x = 0$

Ví dụ 3: Giải bất phương trình: $\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x} \geq -x^2 + 2 (*)$

Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} 1-2x \geq 0 \\ 1+2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Với điều kiện này ta có: $2-x^2 > 0$

$$(*) \Leftrightarrow 2 + 2\sqrt{1-4x^2} \geq (2-2x)^2$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 2\sqrt{1-4x^2} + 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - 4x^2 - 2\sqrt{1 - 4x^2} + 1 + x^4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{1 - 4x^2} - 1\right)^2 + x^4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{1 - 4x^2} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy bất phương trình có nghiệm: $x = 0$

II. Bài tập vận dụng

Bài 1: Giải bất phương trình sau: $\cos x \leq \sqrt{x^2 + 1}$

Bài 2: Giải bất phương trình sau: $\sqrt{(2x^2 - 3x + 1)^2} - \sqrt{4x^4 - 20x^3 + 25x^2} < 2x + 1$

Bài 3: Giải bất phương trình sau: $\sqrt{x - 1} - \sqrt{2x^2 - 10x + 16} \geq 3 - x$



vndoc