

ĐỀ BÀI

(Đề gồm: 01 trang)

Câu 1 (4,0 điểm).

Giải hệ phương trình sau trên tập số thực:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 6x^2 + 13x = y + 10 \\ \sqrt{2x + x^3} + 2019x - 2020 = \sqrt{y + 3} \end{cases}$$

Câu 2 (4,0 điểm).Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 9 \\ u_{n+2} = 10u_{n+1} - u_n, \forall n \geq 1 \end{cases}$ a) Tính giá trị của $A = u_{n+2} \cdot u_n - u_{n+1}^2$.b) Chứng minh rằng $6u_n^2 - 2$ là số chính phương.**Câu 3 (4,0 điểm).**

a) Chứng minh rằng trong 5 số nguyên dương bất kì, luôn tồn tại 3 số có tổng chia hết cho 3.

b) Chứng minh rằng trong 13 ước nguyên dương của 6^{2019} , luôn tồn tại 3 số có tích là lập phương của một số tự nhiên.**Câu 4 (4,0 điểm).**

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) có trung điểm các cạnh AC, AB lần lượt là M và N . Đường thẳng đi qua A lần lượt vuông góc với AC, AB cắt đường thẳng BC tại X và Y . Gọi $XM \cap AB = P, YN \cap AC = Q$. Chứng minh rằng O, P, Q thẳng hàng.

Câu 5 (4,0 điểm).Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện:

$$f((x-y)^2) = x^2 - 2yf(x) + (f(y))^2, \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

----- **HẾT** -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Họ tên, chữ ký của giám thị: