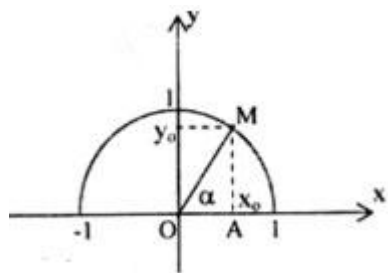


Giải bài tập Hình học lớp 10

Bài 1 (trang 62 SGK Hình học 10): Hãy nhắc lại định nghĩa giá trị lượng giác của một góc α với $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Tại sao khi α là các góc nhọn thì giá trị lượng giác này lại chính là các tỉ số lượng giác đã được học ở lớp 9?

Lời giải:



Với mỗi góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = \alpha$ và giả sử M có tọa độ $M(x_0; y_0)$. Khi đó:

- sin của góc α là y_0 , kí hiệu: $\sin \alpha = y_0$

+ Khi α là góc nhọn, trong $\triangle OAM$ ta có:

$$\sin \alpha = AM/OM = y_0/1 = y_0$$

+ Khi α là góc nhọn, trong $\triangle OAM$ ta có:

$$\cos \alpha = AM/OM = x_0/1 = x_0$$

tang của góc α là y_0/x_0 ($x_0 \neq 0$), ký hiệu $\tan \alpha = y_0/x_0$

+ Khi α là góc nhọn, trong $\triangle OAM$ ta có:

$$\tan \alpha = AM/OA = y_0/x_0$$

costang của góc α là x_0/y_0 ($y_0 \neq 0$), ký hiệu $\cot \alpha = x_0/y_0$

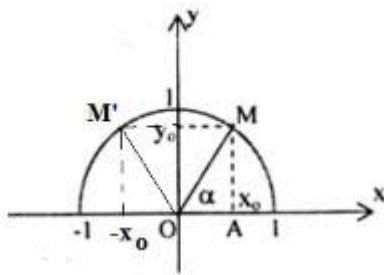
+ Khi α là góc nhọn, trong $\triangle OAM$ ta có:

$$\cot \alpha = OA/AM = x_0/y_0$$

(Lưu ý: Trong phần giải trên mình làm gộp 2 ý, các bạn cũng có thể tách riêng từng ý, nhưng như thế khá là dài dòng.)

Bài 2 (trang 62 SGK Hình học 10): Tại sao hai góc bù nhau lại có sin bằng nhau và cosin đối nhau?

Lời giải:



Gọi $M(x_0; y_0)$ nằm trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = \alpha$

Khi đó điểm $M'(-x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM' = 180^\circ - \alpha$ (tức là $\angle xOM'$ là bù với $\angle xOM = \alpha$)

Do đó: $\sin \alpha = y_0 = \sin(180^\circ - \alpha)$

$\cos \alpha = x_0 = -(-x_0) = -\cos(180^\circ - \alpha)$

Bài 3 (trang 62 SGK Hình học 10): Nhắc lại định nghĩa tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Tích vô hướng này với $|\vec{a}|$ và $|\vec{b}|$ không đổi đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất khi nào?

Lời giải:

- Định nghĩa tích vô hướng:

Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vector $\vec{0}$. Tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$

là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b})$$

- Từ định nghĩa trên, khi $|\vec{a}|$ và $|\vec{b}|$ không đổi thì:

+ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ đạt giá trị lớn nhất khi $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = 1$

$\Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 0^\circ \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng chiều.

+ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = -1$

$\Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 180^\circ \Rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ ngược chiều.

Bài 4 (trang 62 SGK Hình học 10): Trong mặt phẳng Oxy cho vector $\vec{a}(-3; 1)$ và $\vec{b}(2; 2)$. Hãy tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Lời giải:

Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -3.2 + 1.2 = -4$$

Bài 5 (trang 62 SGK Hình học 10): Hãy nhắc lại định lí côsin trong tam giác. Từ các hệ thức này hãy tính $\cos A$, $\cos B$, $\cos C$ theo các cạnh của tam giác.

Lời giải:

Định lí côsin trong tam giác ABC có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}.$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Bài 6 (trang 62 SGK Hình học 10): Từ hệ thức $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$ trong tam giác, hãy suy ra định lý Pi-ta-go.

Lời giải:

Xét ΔABC vuông tại A, ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos90^\circ$$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 \text{ (vì } \cos 90^\circ = 0)$$

Đây chính là định lý Pi-ta-go.

Bài 7 (trang 62 SGK Hình học 10): Chứng minh rằng với mọi tam giác ABC, ta có $a = 2R\sin A$, $b = 2R\sin B$, $c = 2R\sin C$, trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Lời giải:



Theo định lí sin trong tam giác ABC ta có:

$$a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C$$

Suy ra: $a = 2R\sin A$, $b = 2R\sin B$, $c = 2R\sin C$ (đpcm)

Bài 8 (trang 62 SGK Hình học 10): Trong tam giác ABC. Chứng minh rằng

a) Góc A nhọn khi và chỉ khi $a^2 < b^2 + c^2$

b) Góc A tù khi và chỉ khi $a^2 > b^2 + c^2$

c) Góc A vuông khi và chỉ khi $a^2 = b^2 + c^2$

Lời giải:

Theo hệ quả định lí côsin ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$a) \ a^2 < b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 > 0 \Leftrightarrow \cos A > 0$$

$\Leftrightarrow A$ là góc nhọn

Vậy góc A nhọn khi và chỉ khi $a^2 < b^2 + c^2$

$$b) \ a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 < 0 \Leftrightarrow \cos A < 0$$

$\Leftrightarrow A$ là góc tù

Vậy góc A tù khi và chỉ khi $a^2 > b^2 + c^2$

$$c) \ a^2 = b^2 + c^2$$

Theo định lí Pitago suy ra A là góc vuông

Vậy góc A vuông khi và chỉ khi $a^2 = b^2 + c^2$

(Lưu ý: ở phần c) bạn có thể làm như a) và b) để suy ra $\cos A = 0$ cũng được)

Bài 9 (trang 62 SGK Hình học 10): Cho tam giác ABC có $\angle A = 60^\circ$, $BC = 6$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó

Lời giải:

Theo định lí sin trong tam giác ABC ta có:



$$BC/\sin A = 2R \Rightarrow R = BC/2\sin A = 6/2.\sin 60^\circ = 6/\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Bài 10 (trang 62 SGK Hình học 10): Cho tam giác ABC có $a = 12$, $b = 16$, $c = 20$. Tính diện tích S của tam giác, chiều cao h_a , bán kính R , r của các đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác và đường trung tuyến m_a của tam giác.

Lời giải:

- Tính diện tích

$$p = \frac{12 + 16 + 20}{2} = 24$$

$$S = \sqrt{24(24-12)(24-16)(24-20)} = \sqrt{24 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 4} = 96 \text{ (đvdt)}$$

- Tính h_a

$$S = \frac{1}{2}ah_a \Leftrightarrow 96 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot h_a \Leftrightarrow 96 = 6 \cdot h_a$$

$$\Leftrightarrow h_a = \frac{96}{6} = 16.$$

- Tính R

$$S = \frac{abc}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{12 \cdot 16 \cdot 20}{4 \cdot 96} = 10$$

- Tính r

$$S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{96}{24} = 4$$

- Tính m_a

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} = \frac{2(16^2 + 20^2) - 12^2}{4} = 292$$

$$\Rightarrow m_a = \sqrt{292} = 17,09$$

Bài 11 (trang 62 SGK Hình học 10): Trong tập hợp các tam giác có hai cạnh là a và b, tìm tam giác có diện tích lớn nhất.

Lời giải:

Ta có:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C$$

Do đó để tam giác có diện tích lớn nhất thì $\sin C$ lớn nhất.

$$\Rightarrow \sin C = 1 \Rightarrow \angle C = 90^\circ$$

Vậy trong tập hợp các tam giác có hai cạnh là a, b thì tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là a, b có diện tích lớn nhất.