

Họ tên thí sinh:.....Lớp:..... Số báo danh:.....

Câu 1: Tính $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$

- A. $-\frac{\pi^4}{4}$ B. $-\pi^4$ C. 0 D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 2: Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^3 - x + 7$ là:

- A. 0 B. 1. C. 2 D. 4.

Câu 3 Số các số nguyên dương n thỏa mãn $6n - 6 + C_n^3 = C_{n+1}^3$ là:

- A. 0 B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 4: Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để số chấm của lần gieo là bằng nhau.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 5: Đạo hàm cấp 2 của hàm số $y = \ln x$ là:

- A. $y'' = \frac{1}{x^2}$ B. $y'' = -\frac{1}{x^2}$ C. $y'' = \frac{1}{x}$ D. $y'' = -\frac{1}{x}$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng

- A. $f'(x) > 0 \forall x \in (a; b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$
B. $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$
C. $f'(x) > 0 \forall x \in (a; b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$
D. $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b) \Leftrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x+1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.

Câu 8: Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là:

- A. 6 m/s^2 . B. 54 m/s^2 . C. 240 m/s^2 . D. 60 m/s^2 .

Câu 9: Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(0; 1)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 10: Nếu tăng chiều dài hai cạnh đáy của khối hộp chữ nhật lên 10 lần thì thể tích tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 10. B. 20. C. 100. D. 1000.

Câu 11: Đồ thị của hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

- A. $y = \sqrt{x^2 + 1} - x$. B. $y = \frac{x^2}{x+1}$. C. $y = \frac{x+1}{2x-3}$. D. $y = \frac{x+2}{x^2-1}$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}}(x-2) > 0$ là:

- A. $(3; +\infty)$ B. $(0; 3)$ C. $(-\infty; 3)$ D. $(2; 3)$

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ là :

- A. $D = \mathbb{R}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = [0; +\infty)$

Câu 14: Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int f'(x)dx = f(x) + C$. B. $\int f'(ax+b)dx = \frac{1}{a} \cdot f(x) + C$.
C. $\int f'(x)dx = f''(x) + C$. D. $\int f'(x)dx = a \cdot f(ax+b) + C$.

Câu 15: Cho tam giác ABC khi đó số mặt phẳng qua A và cách đều hai điểm B và C là:

- A. 0. B. 1 C. 2 D. Vô số

Câu 16: Biết $A(0; y); B(x; 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$ khi đó giá trị $x + y$ là:

- A. -1. B. 0. C. 1 D. 2

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; -1; 1); B(3; 1; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $2x + y - z - 2 = 0$ B. $2x + y - 2 = 0$
C. $x + 2y - 2 = 0$ D. $x + 2y - z - 2 = 0$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}(1; -2; 3); \vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ khi đó tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là:

- A. $(3; -2; 0)$ B. $(3; -5; -3)$ C. $(3; -5; 0)$ D. $(1; 2; -6)$

Câu 19: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , chiều cao h . Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

- A. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^2 h}{4}$. D. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{6}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 16 = 0$. Điểm $M(0; 1; -3)$ khi đó khoảng cách từ M đến (P) là:

- A. $\frac{21}{9}$. B. $\sqrt{10}$. C. 7. D. 5.

Câu 21: Số nghiệm phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 22: Hàm số nào sau đây không có GTLN và GTNN trên đoạn $[-1; 3]$

- A. $y = -2x + 1$ B. $y = -2x^3 + 1$ C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$ D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

Câu 23: Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và b song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a // b$.
 B. a, b không có điểm chung.
 C. a, b cắt nhau.
 D. a, b chéo nhau.

Câu 24: Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình:

$$8 \cot 2x (\sin^6 x + \cos^6 x) = \frac{1}{2} \sin 4x \text{ trên đường tròn lượng giác là:}$$

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 0.

Câu 25: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình:

- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) . Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

- A. 4. B. 3. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{11}{3}$.

Câu 27: Cho a, b, c là các số thực khác 0. Để giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + ax}}{bx - 1} = 3$ thì:

- A. $\frac{a-1}{b} = 3$. B. $\frac{a+1}{b} = 3$. C. $\frac{-a-1}{b} = 3$. D. $\frac{a-1}{-b} = 3$.

Câu 28: Cho $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, $y' = \frac{ax + b}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$. Khi đó giá trị $a.b$ là:

- A. -4. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 29: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Số tiếp tuyến của đồ thị (C) mà đi qua điểm $M(1; 2)$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của CD . Cosin của góc giữa AC và $C'M$ là:

- A. 0. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, góc giữa SC và (SAB) là 30° . Khi đó $d(B; (SDC))$ là:

- A. $\frac{2a}{\sqrt{15}}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$. D. $\frac{22a}{\sqrt{15}}$.

Câu 32: Ta có $\log_6 28 = a + \frac{\log_3 7 + b}{\log_3 2 + c}$ thì $a + b + c$ là:

- A. -1. B. 1. C. 5. D. 3.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$, đáy BCD là tam giác vuông tại C , $BC = CD = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, khoảng cách từ B đến (ACD) là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối cầu ngoại tiếp $ABCD$ là:

- A. $4\pi a^3 \sqrt{3}$. B. $12\pi a^3$. C. $12\pi a^3 \sqrt{3}$. D. $\frac{4\pi \sqrt{3} a^3}{3}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 2$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

- A. $m = \sqrt[3]{3}$. B. $m = -\sqrt[3]{3}$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{2x-1}$ (m là tham số, $m \neq 2$). Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1; 3]$. Khi đó có bao nhiêu giá trị của m để $a.b = \frac{1}{5}$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 36: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng?

- A. $a > 0, d > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$. D. $a > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 38: Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được xác định như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a > 1; 0 < b < 1$. B. $0 < a < 1; b > 1$.
C. $0 < a < 1; 0 < b < 1$. D. $a > 1; b > 1$.

Câu 39: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = e$ là $S = a\sqrt{2} + b$. Khi đó giá trị $a^2 + b^2$ là:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{20}{9}$. D. 2.

Câu 40: Cho $A(-1; 2), B(3; -1), A'(9; -4), B'(5; -1)$. Trong mặt phẳng Oxy , phép quay tâm $I(a; b)$ biến A thành A' , B thành B' . Khi đó giá trị $a + b$ là:

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3; -2; 1), N(1; 0; -3)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó độ dài đoạn $M'N'$ là:

- A. $M'N' = 8$. B. $M'N' = 4$. C. $M'N' = 2\sqrt{6}$. D. $M'N' = 2\sqrt{2}$.

Câu 42: $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{-x} + 2018e$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = (-2x^3 + 3x^2 + 7x - 2)e^{-x}$. Khi đó:

A. $a + b + c + d = 4$.

B. $a + b + c + d = 5$.

C. $a + b + c + d = 6$.

D. $a + b + c + d = 7$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) qua $A(2; -1; 5)$ và chứa trục Ox có vectơ pháp

tuyến $\vec{u} = (a; b; c)$. Khi đó tỉ số $\frac{b}{c}$ là:

A. $\frac{b}{c} = 5$.

B. $\frac{b}{c} = \frac{1}{5}$.

C. $\frac{b}{c} = -5$.

D. $\frac{b}{c} = -\frac{1}{5}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , I là trung điểm của AB , có (SIC) và (SID) cùng vuông góc với đáy. Biết $AD = AB = 2a$, $BC = a$, khoảng cách từ I đến (SCD) là $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. a^3 .

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $3a^3$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45: Cho hình trụ và hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất và hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai, mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy một góc 45° . Khi đó thể tích khối trụ là:

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$.

B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

D. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

Câu 46: Cho hình D giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$. Khi đó diện tích của hình D là:

A. $\frac{13}{3}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{7\pi}{3}$.

D. $\frac{13\pi}{3}$.

Câu 47: Cho hình nón đỉnh S đáy là hình tròn tâm O , SA, SB là hai đường sinh biết $SO = 3$, khoảng cách từ O đến (SAB) là 1 và diện tích ΔSAB là 18. Tính bán kính đáy của hình nón trên.

A. $\frac{\sqrt{674}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{530}}{4}$.

C. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{23}{4}$.

Câu 48: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (3 - 5\sin x)^{2018}$ là M và m . Khi đó giá trị $M + m$ là:

A. $2^{2018}(1 + 2^{4036})$.

B. 2^{2018} .

C. 2^{4036} .

D. 2^{6054} .

Câu 49: Cho $x, y > 0$ và $x + y = \frac{5}{4}$ sao cho biểu thức $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{4y}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó:

A. $x^2 + y^2 = \frac{25}{32}$.

B. $x^2 + y^2 = \frac{17}{16}$.

C. $x^2 + y^2 = \frac{25}{16}$.

D. $x^2 + y^2 = \frac{13}{16}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) , điểm M di động trên (C) . Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ. Khi đó giá trị nhỏ nhất của d là:

A. $\frac{207}{250}$.

B. $\sqrt{2} - 1$.

C. $2\sqrt{2} - 1$.

D. $2\sqrt{2} - 2$.

.....**HẾT**.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C.

Câu 2: Đáp án A.

Câu 3: Đáp án B.

Câu 4: Đáp án B.

Câu 5: Đáp án B.

Câu 6: Đáp án A.

Câu 7: Đáp án C.

$$+ \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \sin \pi x = \sin \pi = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số gián đoạn tại } x=1.$$

$$+ \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \sin \pi x = \sin(-\pi) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x+1) = 0 \\ f(-1) = \sin(-x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số liên tục tại } x=-1.$$

Câu 8: Đáp án B.

$$\text{Ta có } s' = 3t^2 - 6t$$

$$s'' = 6t - 6$$

$$\Rightarrow \text{Gia tốc tức thời tại giây thứ 10 là } s''_{(10)} = 60 - 6 = 54 \text{ m/s}^2$$

Câu 9: Đáp án C.

$$\text{Tập xác định: } D = (0; 2)$$

$$y' = \frac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}; y'=0 \Leftrightarrow x=1$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	2	
y'		+	0	-
y				

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$

Chú ý: Bạn đọc có thể dùng MTCT để giải. Tham khảo thêm tại trang 20,21 sách Công phá Toán 3.

Câu 10: Đáp án C.

Câu 11: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x+1} = \pm\infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số } y = \frac{x^2}{x+1} \text{ không có tiệm cận ngang.}$$

Câu 12: Đáp án D.

Câu 13: Đáp án C.

Câu 14: Đáp án A.

Câu 15: Đáp án C.

Câu 16: Đáp án B.

Câu 17: Đáp án B.

Câu 18: Đáp án A.

STUDY TIPS

Hàm số liên tục tại x_0

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$$

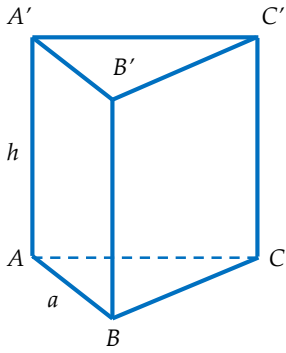
STUDY TIPS

$$\begin{cases} s(t) = f(t) \\ v(t) = f'(t) \\ a(t) = f''(t) \end{cases}$$

STUDY TIPS

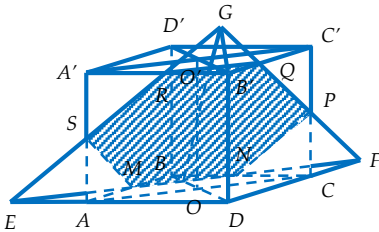
Nếu $y' \leq 0 \forall x \in (a; b)$

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(a; b)$ (với $y'=0$ tại hữu hạn điểm trên $(a; b)$)



STUDY TIPS

+ Nếu $x = \alpha + k \frac{2\pi}{n}$ thì số điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác là n .
+ Bạn đọc tham khảo thêm ở phần biểu diễn nghiệm trong Công phá Toán 2.



STUDY TIPS

+ Ở đây dễ dàng chứng minh I, J, B thẳng hàng.
+ Áp dụng định lý Medeleus, bạn đọc tìm hiểu thêm tại chủ đề quan hệ song song trong Công phá Toán 2.

STUDY TIPS

Bạn có thể tham khảo thêm bài tập tại trang 260 sách Công phá Toán 2.

Câu 19: Đáp án A.

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ \cdot h = \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h = \frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$$

Câu 20: Đáp án C.

$$d(M; (P)) = \frac{|0 + 2 + 3 + 16|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 7$$

Câu 21: Đáp án C.

Câu 22: Đáp án D.

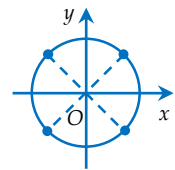
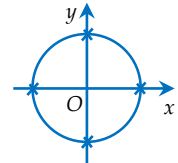
Câu 23: Đáp án B.

Câu 24: Đáp án B.

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow 8 \cdot \frac{\cos 2x}{\sin 2x} \left(1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \right) = \cos 2x \cdot \sin 2x$$

$$\text{Điều kiện: } \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq k \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ 8 - 6 \sin^2 2x = \sin^2 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^2 2x = \frac{8}{7} \end{cases} \text{ (VN)}$$

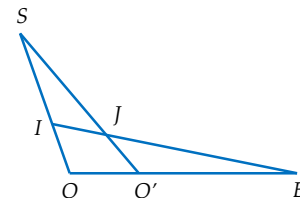
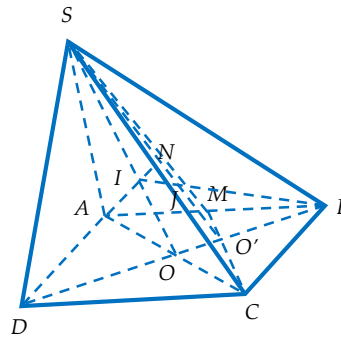


$$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{Có 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.}$$

Câu 25: Đáp án D.

Tứ diện là lục giác đều.

Câu 26: Đáp án A.



Gọi $O = AC \cap BD$, $O' = CM \cap BD$

Xét ΔBIO có S, J, O' lần lượt thuộc 3 cạnh và thẳng hàng

$$\Rightarrow \frac{SO}{SI} \cdot \frac{JI}{JB} \cdot \frac{O'B}{O'O} = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \cdot \frac{JI}{JB} \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow 3JI = JB \Rightarrow \frac{IB}{IJ} = 4$$

Câu 27: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + ax}{bx - 1} = 3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{3}{x}} + a}{b - \frac{1}{x}} = 3 \Leftrightarrow \frac{-1 + a}{b} = 3$$

Câu 28: Đáp án B.

$$y' = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} \Rightarrow a \cdot b = 1 \cdot (-1) = -1$$

Câu 29: Đáp án A.

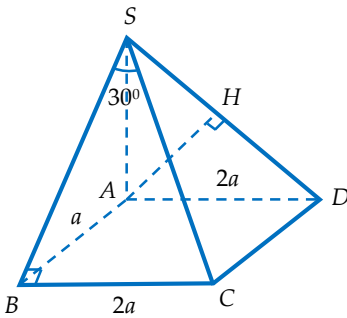
Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1} (C)$ có $M(1; 2)$ là giao điểm của 2 tiệm cận

STUDY TIPS

Định lý Cô sin:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

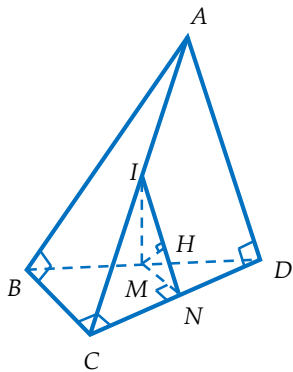
$$\Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$



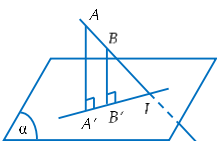
STUDY TIPS

Nếu $AB \parallel (\alpha)$

$$\Rightarrow d(A;(\alpha)) = d(B;(\alpha))$$



STUDY TIPS



Tỉ số khoảng cách:

$$AB \cap (\alpha) = I$$

$$\Rightarrow \frac{d(A;(\alpha))}{d(B;(\alpha))} = \frac{AI}{BI}$$

$\Rightarrow$ Không có tiếp tuyến nào của (C) đi qua.

Câu 30: Đáp án D.

Giả sử hình lập phương có cạnh là 1.

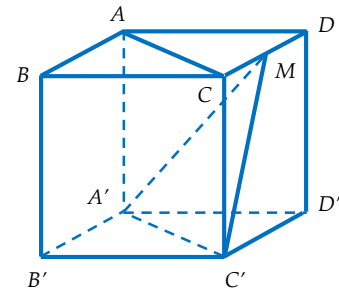
$$A'C' \parallel AC \Rightarrow (AC, C'M) = (A'C', C'M)$$

Xét $\Delta A'C'M$ có:

$$A'C' = 2, C'M = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$A'M = \sqrt{A'D^2 + MD^2} = \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \cos(AC, C'M) = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$



Câu 31: Đáp án C.

Ta có $(SC, (SAB)) = CSB = 30^\circ$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \frac{2a}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 2a\sqrt{3}$$

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{12a^2 - a^2} = a\sqrt{11}$$

Gọi H là hình chiếu của A lên $SD \Rightarrow AH \perp (SDC) \Rightarrow AH = d(A; (SDC))$

$$AH \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SDC) \Rightarrow d(A; (SDC)) = d(B; (SDC)) = AH$$

$$\text{Có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{11a^2} = \frac{15}{44a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{44}}{\sqrt{15}} = \frac{2a\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$$

Câu 32: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \log_6 28 = \log_6 3 \cdot \log_3 28 = \frac{\log_3 28}{\log_3 6} = \frac{\log_3 (7 \cdot 4)}{\log_3 (2 \cdot 3)}$$

$$= \frac{\log_3 2^2 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = \frac{2\log_3 2 + \log_3 7}{1 + \log_3 2} = \frac{2\log_3 2 + 2 + \log_3 7 - 2}{1 + \log_3 2} = 2 + \frac{\log_3 7 - 2}{\log_3 2 + 1}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 2 - 2 + 1 = 1$$

Câu 33: Đáp án A.

+ Gọi I là trung điểm AC (do ΔABC vuông tại B)

$$\Rightarrow IA = IC = IB = ID \Rightarrow I \text{ là tâm mặt cầu ngoại tiếp } ABCD$$

+ Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow M$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCD

$$\Rightarrow IM \text{ là trục của đường tròn ngoại tiếp } \Delta BCD \Rightarrow IM \perp (BCD)$$

+ Gọi N, H lần lượt là hình chiếu của M lên CD và $IN \Rightarrow MH \perp (ICN)$

$$\Rightarrow MH = d(M; (ICN)) = d(M; (ACD)) = \frac{1}{2} d(B; (ACD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$+ N \text{ là trung điểm của } CD \Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Có } \frac{1}{IM^2} + \frac{1}{MN^2} = \frac{1}{MH^2} \Rightarrow IM^2 = \frac{3a^2}{2}$$

$$IC^2 = CM^2 + IN^2 = 3a^2 \Rightarrow R = IC = a\sqrt{3}$$

STUDY TIPS

Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có

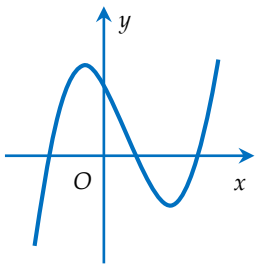
3 cực trị tạo thành tam giác:

+ Vuông $\Leftrightarrow \frac{b^3}{a} = -8$

+ Đều $\Leftrightarrow \frac{b^3}{a} = -24$

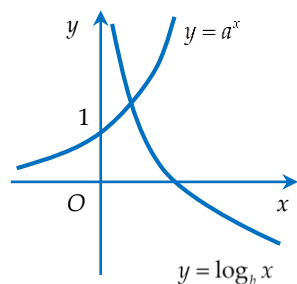
STUDY TIPS

Nếu hàm số $y = f(x)$ đơn điệu trên $[a; b]$ thì giá trị max, min của hàm số ở 2 đầu mút.



STUDY TIPS

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.



$$\Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(a\sqrt{3})^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$$

Câu 34: Đáp án D.

(C_m) có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác vuông thì $\frac{b^3}{a} = -8$

$$\Leftrightarrow \frac{(2m)^3}{-1} = -8 \Leftrightarrow 8m^3 = 8 \Leftrightarrow m = 1$$

Chú ý: Bạn đọc có thể tìm hiểu thêm công thức tính nhanh tại trang 65 sách Công phá Toán 3.

Câu 35: Đáp án B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} \Rightarrow$ Hàm số $y = \frac{mx+1}{2x-1}$ liên tục và đơn điệu trên $[1; 3]$

$$\Rightarrow a.b = y_{(1)} \cdot y_{(3)} = \left(\frac{m+1}{1}\right) \cdot \left(\frac{3m+1}{5}\right) = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow (m+1)(3m+1) = 1 \Leftrightarrow 3m^2 + 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn.

Câu 36: Đáp án D.

+ Có $a > 0$

+ $y(0) = d \Rightarrow d > 0$ (giao với Oy – hoành độ giao điểm)

$$+ y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow b^2 > 3ac$$

$$\text{Nghiệm } y' = 0 \text{ là } x_1, x_2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c < 0$$

Câu 37: Đáp án A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = x^2 - 2x - m - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow g(x) = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{g(x)} > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$$

$\Rightarrow$ Có 1 giá trị m thỏa mãn.

Câu 38: Đáp án A.

+ Từ đồ thị hàm số $y = a^x$: Với $x = 1 \Rightarrow a > 1$

+ Từ đồ thị hàm số $y = \log_b x$: Với $y = 1 \Rightarrow x < 1$ có $\log_b x = y \Rightarrow x = b^y \Rightarrow 0 < b < 1$

Câu 39: Đáp án C.

$$\text{Ta có } S = \int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx. \text{ Đặt } \sqrt{1+\ln x} = t \Rightarrow \ln x = t^2 - 1 \Rightarrow \frac{1}{x} dx = 2t dt$$

$$\text{Đổi cận: } x = 1 \Rightarrow t = 1$$

$$x = e \Rightarrow t = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S = \int_1^{\sqrt{2}} t \cdot 2t dt = \frac{2t^3}{3} \Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{2}-2}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{4}{3} \\ b = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{16}{9} + \frac{4}{9} = \frac{20}{9}$$

Câu 40: Đáp án C.

$$\begin{cases} Q_{(I; \alpha)}(A) = A' \\ Q_{(I; \beta)}(B) = B' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} IA = IA' \\ IB = IB' \end{cases} \Rightarrow I \text{ nằm trên đường trung trực của đoạn } AA' \text{ và } BB'.$$

$\Delta_1: 5x - 3y - 23 = 0$ là đường trung trực của AA'

$\Delta_2: x = 4$ là đường trung trực của BB'

$$\Rightarrow I = \Delta_1 \cap \Delta_2 \Rightarrow I(4; -1) \Rightarrow a + b = 3$$

Câu 41: Đáp án D.

$$M'(3; -2; 0), N'(1; 0; 0) \Rightarrow M'N' = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

Câu 42: Đáp án B.

Ta có: $F'(x) = (3ax^2 + 2bx + c)e^{-x} - e^{-x}(ax^3 + bx^2 + cx + d)$

$$= e^{-x}[-ax^3 + (3a - b)x^2 + (2b - c)x + c - d]$$

$$F'(x) = f(x) \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} -a = -2 \\ 3a - b = 3 \\ 2b - c = 7 \\ c - d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -1 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c + d = 5$$

Chú ý: Bạn đọc có thể tìm hiểu thêm phần này tại trang 265 sách Công phá Toán 3.

Câu 43: Đáp án A.

$$\text{Ta có: } \begin{matrix} \vec{OA} = (2; -1; 5) \\ \vec{i} = (1; 0; 0) \end{matrix} \Rightarrow [\vec{OA}, \vec{i}] = (0; 5; 1)$$

$$\Rightarrow \text{Mặt phẳng } (\alpha) \text{ có vecto pháp tuyến } \vec{n} = (0; 5; 1) \Rightarrow \frac{b}{c} = 5$$

Câu 44: Đáp án B.

$$S_{ICD} = S_{ABCD} - S_{AID} - S_{BIC} = 3a^2 - a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}; CD = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$$

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của I lên CD và SK

$$\Rightarrow IH \perp (SCD) \Rightarrow IH = d(I; (SCD)) = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$$

$$S_{\Delta ICD} = \frac{1}{2} IK \cdot CD \Rightarrow IK = \frac{2S_{ICD}}{CD} = \frac{3a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IK^2} + \frac{1}{IS^2} \Rightarrow \frac{1}{IS^2} = \frac{8}{9a^2} - \frac{5}{9a^2} = \frac{1}{3a^2} \Rightarrow IS = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$$

Câu 45: Đáp án D.

+ Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD ; O, O' là tâm 2 đáy

I là trung điểm $OO' \Rightarrow I = OO' \cap MN$

$$+ IM = \frac{1}{2} MN = \frac{a}{2}; \cos 45^\circ = \frac{OM}{IM} \Rightarrow OM = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

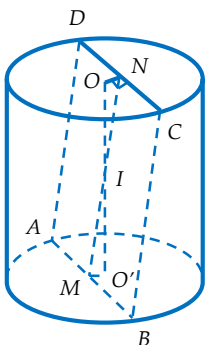
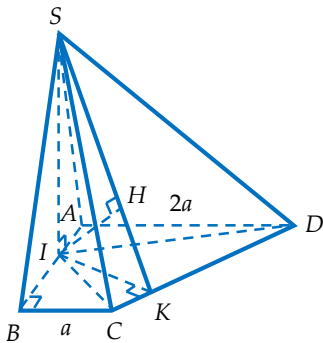
$$\Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow OO' = 2OI = \frac{a\sqrt{2}}{2} = h$$

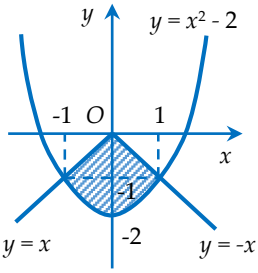
STUDY TIPS

A' là hình chiếu của $A(x_A; y_A; z_A)$ lên mặt phẳng $Oxy \Rightarrow A'(x_A; y_A; 0)$

STUDY TIPS

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ khi $F'(x) = f(x)$





STUDY TIPS

Bạn đọc có thể áp dụng công thức:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

$$= \int_{-1}^1 |x^2 - 2 + |x|| dx = \frac{7}{3}$$

STUDY TIPS

Bạn đọc có thể thử từng kết quả ở các phương án ngược lại để được đáp án chính xác.

STUDY TIPS

$\begin{cases} a \leq y \leq b \\ a, b < 0 \end{cases} \Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của $|y|$ là 0 và giá trị nhỏ nhất của y^{2n} là 0 ($n \in \mathbb{N}^*$)

$$+ OA = \sqrt{OM^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{4} = R$$

$$\Rightarrow V = \pi R^2 h = \pi \cdot \frac{6a^2}{16} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$$

Câu 46: Đáp án B.

$$\text{Xét phương trình: } x^2 - 2 = -|x| \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2 \geq 0 \\ x^2 - 2 = -x \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \leq x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Đồ thị hàm số } y = x^2 - 2 \text{ và } y = -|x| = \begin{cases} x & \text{khi } x < 0 \\ -x & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \int_{-1}^0 [x - (x^2 - 2)] dx + \int_0^1 [-x - (x^2 - 2)] dx = \frac{7}{3}$$

Câu 47: Đáp án B.

+ Gọi I là trung điểm của AB , H là hình chiếu của O lên SI

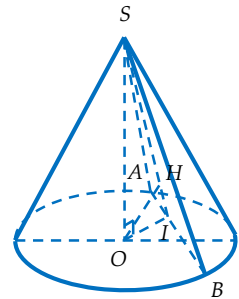
$$\Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = 1$$

$$+ \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow OI^2 = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow SI = \sqrt{OI^2 + OS^2} = \sqrt{\frac{9}{8} + 9} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$+ S_{SAB} = \frac{1}{2} SI \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{2 \cdot 18}{\frac{9\sqrt{2}}{4}} = \frac{16}{\sqrt{2}} \Rightarrow AI = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow AO = \sqrt{\left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{9}{8}} = \frac{\sqrt{530}}{4} = R$$



Câu 48: Đáp án D.

$$\text{Ta có: } -1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 5 \geq -5 \sin x \geq -5 \Leftrightarrow 8 \geq 3 - 5 \sin x \geq -2$$

$$\Rightarrow 0 \leq (3 - 5 \sin x)^{2018} \leq 8^{2018} = 2^{6054}$$

Câu 49: Đáp án B.

$$\text{Từ } x + y = \frac{5}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{4} - x \Rightarrow P = \frac{4}{x} + \frac{1}{5 - 4x}$$

$$\text{Xét } f(x) = \frac{4}{x} + \frac{1}{5 - 4x} \quad \forall x \in \left(0; \frac{5}{4}\right) \Rightarrow f'(x) = -\frac{4}{x^2} + \frac{4}{(5 - 4x)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	5/4		
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		5		$+\infty$

$$\Rightarrow \min f(x) = 5. \text{ Khi } x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{17}{16}.$$

Câu 50: Đáp án D.

$$y = \frac{x-1}{x+1} (C) \Rightarrow M\left(m; \frac{m-1}{m+1}\right) (m \neq -1)$$

$$\Rightarrow \text{Tổng khoảng cách từ } M \text{ đến hai trục tọa độ là } d = |m| + \left|\frac{m-1}{m+1}\right| (m \neq -1)$$

- Với $m = 0 \Rightarrow d = 1 \Rightarrow \min d \leq 1 \Rightarrow$ Xét sao cho $d \leq 1$

$$\Leftrightarrow |m| + \left|\frac{m-1}{m+1}\right| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} |m| \leq 1 \\ \left|\frac{m-1}{m+1}\right| < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$$

$$\text{- Với } m \in [0; 1] \Rightarrow d = m + \frac{1-m}{m+1} = \frac{m^2+1}{m+1}$$

$$\text{Khảo sát hàm số } f(m) = \frac{m^2+1}{m+1} \text{ trên } [0; 1] \Rightarrow \min_{[0; 1]} f(m) = 2\sqrt{2} - 2$$

$$\text{Khi } m = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow M(-1 + \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2})$$