

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN - LỚP 8

Thời gian: 150 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1: (1,50 điểm)

a./ Hãy viết biểu thức sau : $\frac{2a+1}{a^2(a+1)^2}$ thành hiệu hai bình phương.

b./ Cho $M = \frac{2.1+1}{(1^2+1)^2} + \frac{2.2+1}{(2^2+2)^2} + \frac{2.3+1}{(3^2+3)^2} + \dots + \frac{2.2012+1}{(2012^2+2012)^2}$

Chứng minh rằng $M < 1$

Bài 2: (2,00 điểm)

a./ Chứng minh rằng $n^3 - 28n$ chia hết cho 48 với mọi n là số nguyên chẵn

b./ Giải phương trình sau: $\frac{x^2+3x+7}{x^2+5x-6} = \frac{3x+2}{x+15}$

Bài 3: (2,50 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x^2-x} \right) : \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2-1} \right)$

a./ Rút gọn biểu thức P .

b./ Tìm các giá trị của x để $P > -1$

c./ Giải phương trình $|P| = 2$

Bài 4: (1,00 điểm).

Cho $a > 0$; $b > 0$ và $a^2 + b^2 = 10$; Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

Bài 5: (3,00 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB = 2a$; $AC = 3a$; $BC = 4a$. Đường phân giác AD và BE cắt nhau tại I. Gọi M là trung điểm của AC, G là trọng tâm tam giác ABC.

a./ Tính độ dài đoạn thẳng BD theo a .

b./ Chứng minh $IG \parallel AC$

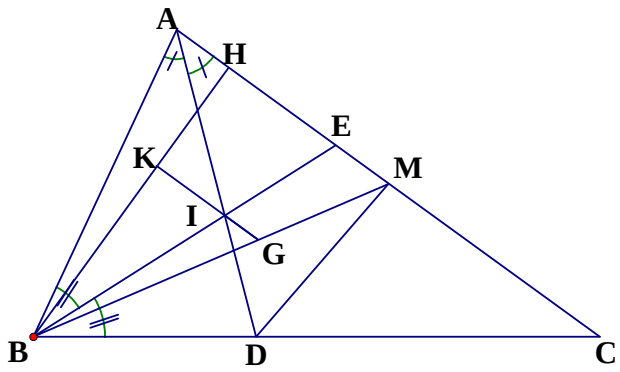
c./ Tính tỉ số diện tích của tứ giác EIGM và $\triangle ABC$

HẾT

MÔN THI: TOÁN - LỚP 8
HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
Bài 1 1,50đ	Câu a 0,75đ	$\frac{2a+1}{a^2(a+1)^2} = \frac{a^2+2a+1-a^2}{a^2(a+1)^2}$	0,25đ
		$= \frac{(a+1)^2 - a^2}{a^2(a+1)^2}$	0,25đ
		$\frac{(a+1)^2 - a^2}{a^2(a+1)^2} = \left(\frac{1}{a}\right)^2 - \left(\frac{1}{a+1}\right)^2$	0,25đ
	Câu b 0,75đ	$\frac{2a+1}{(a^2+a)^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{(a+1)^2}$	0,25đ
		$M = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2012^2} - \frac{1}{2013^2} = 1 - \frac{1}{2013^2}$	0,25đ
		$= \frac{2013^2 - 1}{2013^2} < 1 ; M < 1$	0,25đ
Bài 2 2,00đ	Câu a 1,00đ	$n = 2k$, với k là số nguyên; $n^3 - 28n = (2k)^3 - 28(2k) = 8k^3 - 56k$	0,25đ
		$= 8k(k^2 - 7) = 8k(k^2 - 1 - 6)$	0,25đ
		$= 8k(k^2 - 1) - 48k = 8k(k-1)(k+1) - 48k$	0,25đ
		$k(k-1)(k+1)$ là tích ba số nguyên liên tiếp trong đó có một số chia hết cho 2; một số chia hết cho 3, nên $k(k-1)(k+1)$ chia hết 6; $8k(k-1)(k+1) - 48k$ chia hết cho 48 và Kết luận	0,25đ
	Câu b 1,00đ	Điều kiện xác định : $x \neq -15$; $x \neq 1$; $x \neq -6$	0,25đ
		$\frac{x^2+3x+7}{x^2+5x-6} = \frac{3x+2}{x+15} = \frac{x^2+3x+7+3x+2}{x^2+5x-6+x+15} = \frac{x^2+6x+9}{x^2+6x+9} = \frac{(x+3)^2}{(x+3)^2}$	0,25đ
		Thay $x = -3$ vào phương trình và kết luận nghiệm của phương trình	0,25đ
		Với $x \neq -3$ ta có: $\frac{x^2+3x+7}{x^2+5x-6} = \frac{3x+2}{x+15} = \frac{(x+3)^2}{(x+3)^2} = 1 \Leftrightarrow 3x+2 = x+15 \Leftrightarrow x = 13/2$ (t/h) Vậy nghiệm là $x = 13/2$; $x = -3$	0,25đ
Bài 3 2,50đ	Câu a 0,75đ	Điều kiện xác định $x \neq 0$; $x \neq 1$; $x \neq -1$	0,25đ
		$P = \frac{x^2+1}{x(x-1)} : \frac{x-1+2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2+1}{x(x-1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x+1}$	0,25đ
		$= \frac{x^2+1}{x}$	0,25đ
	Câu b 0,75đ	$P > -1 \Leftrightarrow \frac{x^2+1}{x} > -1 \Leftrightarrow \frac{x^2+1}{x} + 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+1+x}{x} > 0$	0,25đ

		Vì $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi x	0,25đ
		Đề $\frac{x^2+1+x}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$ Kết luận $P > -1 \Leftrightarrow x > 0 ; x \neq 1$	0,25đ
	Câu c 1,00đ	$ P = 2 \Leftrightarrow P = 2 ; P = -2$	0,25đ
		$P = 2 \Leftrightarrow \frac{x^2+1}{x} = 2 \Leftrightarrow \frac{x^2+1-2x}{x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (loại)	0,25đ
		$P = -2 \Leftrightarrow \frac{x^2+1}{x} = -2 \Leftrightarrow \frac{x^2+1+2x}{x} = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (loại)	0,25đ
		Phương trình vô nghiệm	0,25đ
Bài 4 1,00đ		$a^2 + b^2 \geq 2ab ; \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq 2 \frac{1}{ab}$	0,25đ
		$(a^2 + b^2)(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}) \geq 2ab \cdot \frac{2}{ab} \geq 4$	0,25đ
		$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	0,25đ
		Kết luận	0,25đ
Bài 5 3,00đ	Câu a 1,00đ	$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$	0,25đ
		$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC} = \frac{BD+DC}{AB+AC}$	0,25đ
		$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC} = \frac{BD+DC}{AB+AC} = \frac{BC}{AB+AC} = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$	0,25đ
		$BD = \frac{8a}{5}$	0,25đ
	Câu b 1,25đ	$\frac{EA}{AB} = \frac{EC}{BC} = \frac{EA+EC}{AB+BC} = \frac{AC}{AB+BC} = \frac{3a}{6a} = \frac{1}{2} ;$	0,25đ
		EA = a; EC = 2a	0,25đ
		$\frac{IE}{IB} = \frac{EA}{AB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$	0,25đ
		G là trọng tâm ΔABC suy ra $\frac{GM}{GB} = \frac{1}{2} ;$	0,25đ
		$\frac{GM}{GB} = \frac{IE}{IB} = \frac{1}{2} \Rightarrow IG \parallel EM$ (Ta let đảo); $IG \parallel AC$	0,25đ
	Câu c 0,75đ	Cách 1:	
		$\frac{S_{BIG}}{S_{BEM}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} ;$	0,25đ
		Tính EM = 0,5a; $\frac{S_{BEM}}{S_{ABC}} = \frac{0,5a}{3a} = \frac{1}{6} ; \frac{S_{BIG}}{S_{ABC}} = \frac{S_{BIG}}{S_{BEM}} \cdot \frac{S_{BEM}}{S_{ABC}} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{27}$	0,25đ
		$\frac{S_{EIGM}}{S_{ABC}} = \frac{S_{BEM} - S_{AIG}}{S_{ABC}} = \frac{1}{6} - \frac{2}{27} = \frac{5}{54}$	0,25đ

		Cách 2:	
		Tính $EM = 0,5a$; $IG = \frac{1}{3}a$	0,25đ
		Kẻ $BH \perp AC$ tại H, cắt IG tại K. $BK = \frac{2}{3}BH$; $HK = \frac{1}{3}BH$	0,25đ
		$\frac{S_{EIGM}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}(IG + EM).HK}{\frac{1}{2}AC.BH} = \frac{(IG + EM).HK}{AC.BH} = \frac{\left(\frac{1}{3}a + 0,5a\right)\frac{1}{3}BH}{3a.BH} = \frac{5}{54}$	0,25đ
	Hình vẽ		

Chú ý:

- Trên đây là sơ lược hướng dẫn chấm trong quá trình chấm các nhóm thống nhất chi tiết đáp án.
- Học sinh có cách giải khác đáp án nếu đúng vẫn cho điểm tối đa phần ấy.