

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

QUẢNG NAM

Năm học: 2012-2013

ĐỀ CHÍNH THỨC

Khóa thi: Ngày 4 tháng 7 năm 2012

Môn: TOÁN (Chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{a - \sqrt{a} - 6}{4 - a} - \frac{1}{\sqrt{a} - 2}$ (với $a \geq 0$ và $a \neq 4$).

b) Cho $x = \frac{\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}}{\sqrt{3} - 1}$. Tính giá trị của biểu thức: $P = (x^2 + 2x - 1)^{2012}$.

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{3(1 - x)} - \sqrt{3 + x} = 2$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy - 4x = -6 \\ y^2 + xv = -1 \end{cases}$$

Câu 3: (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = (3 - m)x + 2 - 2m$ (m là tham số).

a) Chứng minh rằng với $m \neq -1$ thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.

b) Gọi y_A, y_B lần lượt là tung độ các điểm A, B. Tìm m để $|y_A - y_B| = 2$.

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 4$ cm, $AD = 2$ cm. Đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt các đường thẳng AB và AD lần lượt tại E và F.

a) Chứng minh tứ giác EBDF nội tiếp trong đường tròn.

b) Gọi I là giao điểm của các đường thẳng BD và EF. Tính độ dài đoạn thẳng ID.

c) M là điểm thay đổi trên cạnh AB (M khác A, M khác B), đường thẳng CM cắt đường thẳng AD tại N. Gọi S_1 là diện tích tam giác CME, S_2 là diện tích tam giác AMN. Xác định vị trí điểm M để $S_1 = \frac{3}{2}S_2$.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho a, b là hai số thực không âm thỏa: $a + b \leq 2$.

Chứng minh: $\frac{2+a}{1+a} + \frac{1-2b}{1+2b} \geq \frac{8}{7}$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

QUẢNG NAM

Năm học: 2012-2013

ĐỀ CHÍNH THỨC

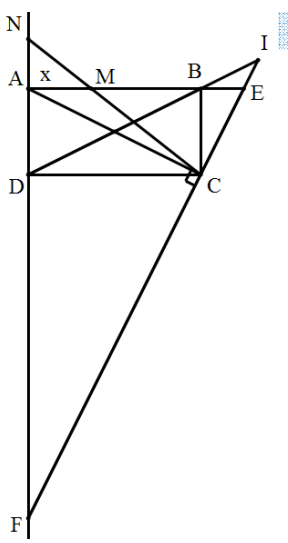
Khóa thi: Ngày 4 tháng 7 năm 2012

Môn: TOÁN (Chuyên Toán)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,5 điểm)	a) (0,75) $A = \frac{a - \sqrt{a} - 6}{4 - a} - \frac{1}{\sqrt{a} - 2}$ ($a \geq 0$ và $a \neq 4$)	
	$A = \frac{(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 3)}{(2 + \sqrt{a})(2 - \sqrt{a})} - \frac{1}{\sqrt{a} - 2}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{a} - 3}{2 - \sqrt{a}} + \frac{1}{2 - \sqrt{a}}$	0,25
	$= -1$	0,25
	b) (0,75) Cho $x = \frac{\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}}{\sqrt{3} - 1}$. Tính: $P = (x^2 + 2x - 1)^{2012}$	
	$x = \frac{\sqrt{(4 - 2\sqrt{3})^2}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} - 1$	0,25
	$\Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 1$	0,25
	$\Rightarrow P = (x^2 + 2x - 1)^{2012} = 1$	0,25
Câu 2	a) (1,0) Giải phương trình: $\sqrt{3(1 - x)} - \sqrt{3 + x} = 2$ (1)	

(2,0 điểm)	Bình phương 2 vế của (1) ta được: $3(1-x) + 3 + x - 2\sqrt{3(1-x)(3+x)} = 4$ $\Rightarrow \sqrt{3(1-x)(3+x)} = 1-x$ $\Rightarrow 3(1-x)(3+x) = 1-2x+x^2$ $\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2$ Thử lại, $x = -2$ là nghiệm.	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) (1,0) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + xy - 4x = -6 & (1) \\ y^2 + xy = -1 & (2) \end{cases} \quad (I)$	
	Nếu $(x;y)$ là nghiệm của (2) thì $y \neq 0$. Do đó: $(2) \Leftrightarrow x = \frac{-y^2-1}{y} \quad (3)$ Thay (3) vào (1) và biến đổi, ta được: $4y^3 + 7y^2 + 4y + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (y+1)(4y^2 + 3y + 1) = 0 \quad (\text{thí sinh có thể bỏ qua bước này})$ $\Leftrightarrow y = -1$ $y = -1 \Rightarrow x = 2$ Vậy hệ có một nghiệm: $(x ; y) = (2 ; -1)$.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3 (1,5 điểm)	a) (0,75) (P): $y = -x^2$, (d): $y = (3-m)x + 2 - 2m$. Chứng minh rằng với $m \neq -1$ thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B	
	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $-x^2 = (3-m)x + 2 - 2m$ $\Leftrightarrow x^2 + (3-m)x + 2 - 2m = 0 \quad (1)$ $\Delta = (3-m)^2 - 4(2-2m) = m^2 + 2m + 1$ Viết được: $\Delta = (m+1)^2 > 0$, với $m \neq -1$ và kết luận đúng.	0,25 0,25 0,25
	b) (0,75) Tìm m để $y_A - y_B = 2$.	

	Giải PT (1) được hai nghiệm: $x_1 = -2$ và $x_2 = m - 1$ Tính được: $y_1 = -4, y_2 = -(m - 1)^2$ $ y_A - y_B = y_1 - y_2 = m^2 - 2m - 3 $ $ y_A - y_B = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 2 \text{ hoặc } m^2 - 2m - 3 = -2$ $\Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{6} \text{ hoặc } m = 1 \pm \sqrt{2}$	0,25 0,25 0,25
Câu 4 (4,0 điểm)	a) (1,0) Chứng minh tứ giác EBDF nội tiếp trong đường tròn. Ta có: $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$ $\widehat{AEC} = \widehat{ACB} \text{ (cùng phụ với } \widehat{BAC} \text{)}$ $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{AEC}$ $\Rightarrow \text{tứ giác EBDF nội tiếp}$ 	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) (1,5) Tính ID Tam giác AEC vuông tại C và $BC \perp AE$ nên: $BE \cdot BA = BC^2$ $\Rightarrow BE = \frac{BC^2}{BA} = 1$ $BE \parallel CD \Rightarrow \frac{IB}{ID} = \frac{BE}{CD} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \frac{BD}{ID} = \frac{3}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25

	$\Rightarrow ID = \frac{4}{3}BD \text{ và tính được: } BD = 2\sqrt{5}$ $\Rightarrow ID = \frac{8\sqrt{5}}{3} \text{ (cm)}$	0,25 0,25
	c) (1,5 điểm) Xác định vị trí điểm M để $S_1 = \frac{3}{2}S_2$ Đặt $AM = x, 0 < x < 4$ $\Rightarrow MB = 4 - x, ME = 5 - x$ Ta có: $\frac{AN}{BC} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow AN = \frac{BC \cdot AM}{MB} = \frac{2 \cdot x}{4 - x}$ $S_1 = \frac{1}{2}BC \cdot ME = 5 - x, S_2 = \frac{1}{2}AM \cdot AN = \frac{x^2}{4 - x}$ $S_1 = \frac{3}{2}S_2 \Leftrightarrow 5 - x = \frac{3}{2} \cdot \frac{x^2}{4 - x} \Leftrightarrow x^2 + 18x - 40 = 0$ $\Leftrightarrow x = 2$ (vì $0 < x < 4$) Vậy M là trung điểm AB.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	Cho $a, b \geq 0$ và $a + b \leq 2$. Chứng minh: $\frac{2+a}{1+a} + \frac{1-2b}{1+2b} \geq \frac{8}{7}$ Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với: $\frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+2b} \geq \frac{8}{7}$ Ta có: $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{2b+1} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+\frac{1}{2}} \geq 2 \frac{1}{\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})}}$ (1) (bđt Côsi) $\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})} \leq \frac{a+1+b+\frac{1}{2}}{2} \leq \frac{7}{4}$ (bđt Cô si) $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})}} \geq \frac{8}{7}$ (2)	0,25 0,25 0,25

	Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+2b} \geq \frac{8}{7}$ Dấu “=” xảy ra chỉ khi : $a + 1 = b + \frac{1}{2}$ và $a + b = 2 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$ và $b = \frac{5}{4}$	0,25
--	--	------