

ĐỀ THI MÔN: TOÁN - THPT

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Tìm tham số m để hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m+1)x + 2$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài lớn hơn 4.

b) Chứng minh rằng với mọi a , đường thẳng $d: y = x + a$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ (H) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (H) tại A và B . Tìm a để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình: $2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 1 = 3(\sin x + \sqrt{3}\cos x)$.

b) Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$ thỏa mãn điều kiện $a \leq b \leq c$.

Câu 3 (1,5 điểm).

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 3x^2 + 6y^2 = -6x + 15y - 10 \\ y\sqrt{x+3} + (y+6)\sqrt{x+10} = y^2 + 4x \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 4 (1,5 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trung điểm của cạnh BC là điểm $M(3; -1)$, đường thẳng chứa đường cao kẻ từ đỉnh B đi qua điểm $E(-1; -3)$ và đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm $F(1; 3)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết rằng điểm đối xứng của đỉnh A qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm $D(4; -2)$.

Câu 5 (1,5 điểm).

Cho hình chóp $S.ABCD$ thỏa mãn $SA = \sqrt{5}, SB = SC = SD = AB = BC = CD = DA = \sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích khối chóp $S.MCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM, CD .

Câu 6 (1,0 điểm).

Cho các số thực $a, b, c \geq 1$ thỏa mãn $a + b + c = 6$. Chứng minh rằng:

$$(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \leq 216.$$