

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

I. Lời mở đầu

Đổi mới phương pháp giáo dục hiện nay của Bộ giáo dục không phải là vấn đề mới của các nhà trường phổ thông, cũng như đối với người Thầy. Vì thế trong quá trình dạy học người thầy cần phát huy cao độ tính tích cực, sáng tạo của học sinh trong học tập, nhằm đưa đến kết quả cao nhất trong các giờ dạy. Muốn vậy đòi hỏi người thầy phải nghiên cứu tìm hiểu kỹ chương trình, đối tượng học sinh; đưa ra các phương pháp phù hợp với kiến thức, với các đối tượng học sinh cần truyền thụ. Như luật giáo dục có viết: *"Phương pháp GD phổ thông cần phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động sáng tạo của học sinh, phù hợp với đặc điểm của từng lớp học, môn học, bồi dưỡng phương pháp tự học, rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức, tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho học sinh"*.

Trong thời gian dạy, tôi luôn nghiên cứu tìm tòi các phương pháp mới phù hợp với từng bài dạy và các đối tượng học sinh để truyền thụ các kiến thức, đặc biệt là trong việc dạy học các định lý. Đó là tôi luôn đưa ra kiến thức một cách tự nhiên, bằng cách dẫn dắt từng bước cho học sinh tự tìm tòi; phân tích hướng dẫn các em thấy ý nghĩa, ứng dụng của định lý; sau đó đưa ra hệ thống bài tập áp dụng tương thích. Với phương pháp truyền thụ như trên tôi thấy rằng: Trước hết người dạy luôn luôn thoải mái, nhẹ nhàng, say sưa, qua mỗi tiết dạy thấy đạt được tốt mục đích của mình; đối với học sinh tiếp thu kiến thức một cách say mê, hứng thú; các kiến thức được các em nhớ lâu và vận dụng tốt trong quá trình giải và khai thác các bài tập.

Với lý do trên tôi xin trình bày một ví dụ điển hình để các đồng nghiệp tham khảo và góp ý

II. Thực trạng của vấn đề nghiên cứu:

1. Thực trạng

Trong thời dạy học tôi thường đi dự giờ đồng nghiệp, khi dạy một định lý cho học sinh, nhiều giáo viên thường cho học sinh trực tiếp đọc định lý trong sách giáo khoa đồng thời thầy chứng minh. Cách dạy như vậy đã làm cho học trò thụ động trong quá trình tiếp thu nội dung của định lý, ứng dụng và khai thác định lý trong quá trình học tập. Trao đổi với đồng nghiệp, chúng tôi thường đưa ra một ý kiến chung là: Hiện nay còn nhiều học sinh khi tiếp cận một vấn đề toán học thường bỡ ngỡ, ngộ nhận nhất là khi tiếp cận một định lý, không thấy được những trường hợp đặc biệt. Việc khai thác ứng dụng định lý trong giải bài tập còn lúng túng. Với tình hình ấy để giúp học sinh nhìn nhận, nắm bắt nội dung định lý dưới nhiều góc độ khác nhau, người Thầy cần tạo cho học sinh có thói quen xem xét các bài toán dưới nhiều góc độ, khai thác các mối liên hệ giữa các yếu tố đặc trưng để tìm tòi lời giải. Từ đó hình thành cho học sinh khả năng tư duy, óc

vận dụng sáng tạo. Việc trải nghiệm qua quá trình giải toán giúp học sinh hoàn thiện hơn kỹ năng định hướng, phân tích trong quá trình tìm tòi lời giải.

2. Kết quả, hiệu quả của thực trạng.

Với thực trạng đã chỉ ra, khi tiếp cận một định lý, và khai thác, vận dụng định lý vào giải bài tập học sinh còn lúng túng. Thông thường học sinh cho lời giải đối với các bài toán có cấu trúc như những bài toán trong sách giáo khoa. Nếu gặp các bài toán khó học sinh không định hướng được cách giải. Mặt khác khi tiếp cận một định lý mới học sinh không thấy được các trường đặc biệt, không tổng quát hóa và mở rộng ra và không biết vận dụng như thế nào trong giải toán. Từ đó, hiệu quả giải toán bị hạn chế nhiều.

Trước thực trạng đó của học sinh tôi thấy cần thiết phải hình thành cho học sinh cách tiếp cận một định lý. Biết phân tích chỉ ra các trường hợp đặc biệt, biết nhìn nhận để phân tích mối quan hệ giữa các yếu tố đặc trưng trong nội dung định lý. Qua đó khai thác định lý dưới nhiều góc độ khác nhau để vận dụng vào giải toán.

Trong sáng kiến kinh nghiệm này tôi chỉ ra phương pháp tiếp cận định lý cosin trong tam giác và khai thác định lý một cách có hiệu quả. Tùy thuộc từng bài toán cụ thể học sinh đã vận dụng một cách linh hoạt định lý vào giải toán.

B. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

I CÁC GIẢI PHÁP THỰC HIỆN

1. Tổ chức cho học sinh hình thành kỹ năng giải toán thông qua một (hay nhiều) buổi học có sự hướng dẫn của giáo viên
2. Tổ chức rèn luyện khả năng định hướng giải toán của học sinh. Trong đó yêu cầu khả năng lựa chọn lời giải ngắn gọn trên cơ sở phân tích bài toán hình học phẳng tương ứng.

II. CÁC BIỆN PHÁP TỔ CHỨC THỰC HIỆN

Nội dung này được triển khai thông qua 1 buổi học (buổi học 4 tiết):

- Tiết thứ nhất: Tổ chức thực hiện hình thành Định lý cosin trong tam giác.
- Tiết thứ hai: Hướng dẫn học sinh khai thác định lý cosin.
- Tiết thứ ba, tư: Học sinh thảo luận và giải toán

1. Tiết 1: Hướng dẫn học sinh tiếp cận định lý cosin trong tam giác.

Ta đã biết tam giác hoàn toàn xác định khi biết: 3 cạnh, hoặc hai cạnh và một góc xen giữa, hoặc biết một cạnh và hai góc kề; có nghĩa là khi biết các yếu tố góc cạnh như trên thì các góc cạnh còn lại sẽ xác định như thế nào? Rõ ràng các góc cạnh còn lại và các góc cạnh đã biết sẽ có một mối liên hệ! Các mối liên hệ đó người ta gọi là các hệ thức lượng giác trong tam giác. Một trong các hệ thức đó là Định lý cosin trong tam giác.

Trong mặt phẳng cho tam giác ABC .

Kí hiệu : $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$; $\angle BAC = A$; $\angle ABC = B$; $\angle ACB = C$.

(Kí hiệu dùng cho cả bài viết)

+ Nếu tam giác ABC vuông tại A, Tìm mối liên hệ giữa các cạnh?

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow c^2 + b^2 = a^2 \quad (\text{Định lý Pitago})$$

Biến đổi về biểu thức véc tơ?: $\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 = \overrightarrow{BC}^2$.

Yêu cầu chứng minh biểu thức $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow c^2 + b^2 = a^2$ theo véc tơ.

$$\overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 \quad (\forall \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0)$$

+ Nếu tam giác ABC không vuông tại A nữa thì liên hệ giữa các cạnh góc như thế nào?

$$BC^2 = \overline{BC}^2 = (\overline{AC} - \overline{AB})^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\overline{AB}.\overline{AC} = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.CosA$$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2.bc.cosA$$

Tương tự tìm: b^2, c^2

Vậy ta có định lý sau đây gọi là định lý côsin trong tam giác:

Với mọi tam giác ABC luôn có :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.cosA$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.cosB$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2bc.cosC$$

*** Phân tích ý nghĩa, tác dụng của định lý.**

1. Trục tiếp định lý cho ta thấy xác định được cạnh tam giác khi biết hai cạnh khác và góc xen giữa.

2. Hệ quả:
$$CosA = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

$$CosB = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}.$$

$$CosC = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Cho ta tìm được các góc của tam giác khi biết các cạnh.

3. Cho phép ta xét được các góc tam giác nhọn, tù hay vuông thông qua các yếu tố cạnh của tam giác.

Cụ thể: A nhọn $\Leftrightarrow b^2 + c^2 > a^2$

A tù $\Leftrightarrow b^2 + c^2 < a^2$

A vuông $\Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2$

Từ đây đưa đến cách nhận dạng tam giác ABC thông qua yếu tố cạnh của nó.

$$\text{Tam giác ABC có 3 góc nhọn} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 + c^2 > a^2 \\ c^2 + a^2 > b^2 \\ a^2 + b^2 > c^2 \end{cases}.$$

$$\text{Tam giác ABC có 1 góc tù} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 + c^2 < a^2 \\ c^2 + a^2 < b^2 \\ a^2 + b^2 < c^2 \end{cases}$$

$$\text{Tam giác ABC có 1 góc vuông} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 + c^2 = a^2 \\ c^2 + a^2 = b^2 \\ a^2 + b^2 = c^2 \end{cases}$$

4. Viết công thức về dạng: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \sin A \cdot \cot A \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 4S_{\triangle ABC} \cdot \cot A$

$$\Leftrightarrow \cot A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}$$

$$\text{Tương tự: } \cot B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S}; \quad \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S}$$

Đây là định lý “***cosin suy rộng trong tam giác***” nó cho ta mối liên hệ về hệ thức lượng giác góc của tam giác với 3 cạnh cùng diện tích của nó. Lớp các bài toán áp dụng nó khá rộng.

5. Ngoài ra sử dụng định lý, hệ quả kết hợp các kiến thức khác giải quyết các bài toán về hệ thức lượng trong tam giác, nhận dạng tam giác...

Từ các ý nghĩa, tác dụng của định lý ta có thể đề xuất các bài toán liên quan tương thích như sau:

2. Tiết 2: Hướng dẫn học sinh khai thác định lý cosin trong tam giác

Bài 1. Cho tam giác ABC thỏa mãn: $b = 5$; $c = 7$; $\cos A = 3/5$.

Tính cạnh a và giá trị biểu thức: $E = 3\cos B + 2\cos C$

Hướng dẫn

Ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A = 25 + 49 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{32 + 49 - 25}{56\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{32 + 25 - 49}{40\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\text{Khi đó: } E = 3\cos B + 2\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$$

Nhận xét: Bài toán trên hướng dẫn học sinh cách vận dụng tìm góc tam giác thông qua định lý cosin trong tam giác,

Bài 2. Cho tam giác ABC thỏa mãn: $a = 3, b = 4, c = 6$. Tìm góc có số đo lớn nhất.

Hướng dẫn

Trong tam giác góc lớn nhất ứng với cosin nhỏ nhất, do đó ta so sánh các cosin để tìm góc lớn nhất trong tam giác.

$$\text{Đáp số: Góc số đo lớn nhất là góc C vì } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{9 + 16 - 36}{24} = \frac{-11}{24}.$$

Nhận xét: Bài toán trên hướng dẫn học sinh cách vận dụng hệ quả của định lý cosin trong tam giác, qua đó so sánh mối quan hệ giữa góc và cosin của góc trong tam giác.

Bài 3. Nhận dạng tam giác ABC biết các cạnh a, b, c thỏa mãn: a^2, b^2, c^2 là độ dài 3 cạnh của một tam giác khác

Hướng dẫn

$$\text{Vì } a^2, b^2, c^2 \text{ là độ dài 3 cạnh của một tam giác nên: } \begin{cases} a^2 + b^2 > c^2 \\ b^2 + c^2 > a^2 \\ a^2 + c^2 > b^2 \end{cases} \text{ từ đó suy ra tam giác ABC là}$$

tam giác nhọn.

Nhận xét: Trong bài toán trên Hướng dẫn học sinh sử dụng hệ quả (trong phân tích 3 của ý nghĩa) của định lý cosin

$$\text{Bài 4. Giả sử: } \begin{cases} a = x^2 + x + 1 \\ b = 2x + 1 \\ c = x^2 - 1 \end{cases} \text{ (với mọi } x > 1). \text{ CMR } a, b, c \text{ là 3 cạnh của một tam giác. Tìm góc A.}$$

Hướng dẫn

$$\text{Dễ dàng xét được: } \begin{cases} a + b > c \\ a + c > b \\ b + c > a \end{cases} \text{ với mọi } x > 1. \text{ Suy ra } a, b, c \text{ là 3 cạnh 1 tam giác.}$$

$$\text{Ta có: } a^2 = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1; b^2 = 4x^2 + 4x + 1, c^2 = x^4 - 2x^2 + 1, bc = 2x^3 + x^2 - 2x - 1$$

Suy ra: $a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

Lại có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2.bc\cos A$.

Vậy: $\cos A = \frac{-1}{2} \Rightarrow A = 120^\circ$

Nhận xét: Từ giả thiết của bài toán hướng dẫn cho học sinh đưa ra a,b,c thỏa mãn BĐT trong tam giác và các em kết luận Từ đó biến đổi để có thể sử dụng định lý cosin trong việc tìm góc A

3. Tiết 3,4: Học sinh thảo luận, giải toán

Bài tập 1. Cho tam giác ABC thỏa mãn: $a^3 = b^3 + c^3$.

a) Chứng minh rằng ABC là tam giác nhọn.

b) Tổng quát: Cho tam giác ABC thỏa mãn: $a^{n+2} + b^{n+2} = c^{n+2}$, $n \in \mathbb{N}$.

CMR tam giác ABC có 3 góc nhọn.

Hướng dẫn

a) Ta có: $a^3 = b^3 + c^3$ nên a là cạnh lớn nhất $\Rightarrow A$ là góc lớn nhất. Lại có:

$$a^3 = b^3 + c^3 \Leftrightarrow a^2 = b^2 \frac{b}{a} + c^2 \frac{c}{a} < b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 > 0 \text{ suy ra } A \text{ nhọn. Vậy tam giác}$$

ABC là tam giác nhọn.

b)

Ta có: $a^{n+2} + b^{n+2} = c^{n+2}$ nên a là cạnh lớn nhất $\Rightarrow A$ là góc lớn nhất. Lại có:

$$a^{n+2} + b^{n+2} = c^{n+2} \Leftrightarrow a^2 = b^2 \left(\frac{b}{a}\right)^n + c^2 \left(\frac{c}{a}\right)^n < b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 > 0 \text{ suy ra } A \text{ nhọn.}$$

Vậy tam giác ABC là tam giác nhọn.

Nhận xét : Trong bài toán này học sinh dễ biết trong tam giác một nhận định : đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn (Mối quan hệ giữa các yếu tố cạnh, góc trong tam giác). Khắc sâu cho học sinh biết cách nhận dạng tam giác.

Bài tập 2. Chứng minh rằng với mọi tam giác ABC ta có:

a) $a = c \cdot \cos B + b \cdot \cos C$.

$$b) \quad bc \cdot \cos A + ab \cdot \cos C + ac \cdot \cos B = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}.$$

$$2abc \cdot (\cos A + \cos B) = (a+b)(c+b-a)(c+a-b).$$

Hướng dẫn

a). Thế: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$, $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ vào vế phải ta có:

$$VP = c \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + b \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} =$$

$$\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} = \frac{a^2 + c^2 - b^2 + a^2 + b^2 - c^2}{2a} = a = VT$$

b) Để ý rằng: $2bc \cdot \cos A = b^2 + c^2 - a^2$, $2ab \cdot \cos C = a^2 + b^2 - c^2$.

Thế vào VT ta được đpcm.

c) Chứng minh: $2abc \cdot (\cos A + \cos B) = (a + b)(c + b - a)(c + a - b)$.

Tương tự như trên thế: $2bc \cdot \cos A = b^2 + c^2 - a^2$, $2ac \cdot \cos B = a^2 + c^2 - b^2$ vào VT ta có:

$$\begin{aligned} VT &= a(b^2 + c^2 - a^2) + b(a^2 + c^2 - b^2) = ab(a + b) + c^2(a + b) - (a^3 + b^3) \\ &= (a + b)(ab + c^2 - a^2 + ab - b^2) = (a + b)[c^2 - (a - b)^2] = VP \quad (\text{đpcm}). \end{aligned}$$

Nhận xét: Chủ yếu của bài toán là rèn luyện cho học sinh biết vận dụng định lý vào giải bài tập, rèn luyện kỹ năng biến đổi các hệ thức.

Bài tập 3. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

$$CMR: \cot A + \cot B + \cot C = \frac{R(a^2 + b^2 + c^2)}{abc}$$

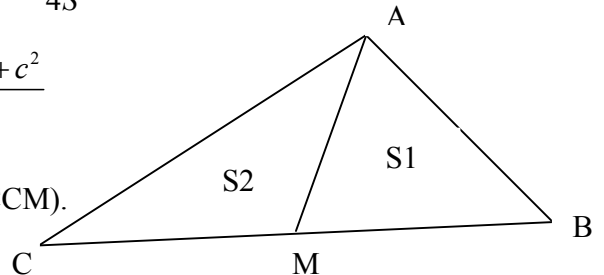
Hướng dẫn

Áp dụng trực tiếp công thức cosin suy rộng:

$$\cot A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}, \cot B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S}, \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S} \text{ thế vào vế trái suy ra:}$$

$$VT = \frac{b^2 + c^2 - a^2 + a^2 + c^2 - b^2 + a^2 + b^2 - c^2}{4S} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}$$

$$\text{Lại có: } S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \text{ vậy } VT = R \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc} = VP \quad (\text{ĐCCM}).$$



Nhận xét: Mục đích đưa ra bài toán là bước đầu hướng dẫn học sinh vận dụng định lý cosin suy rộng để giải một số bài toán dễ.

Bài tập 4. CMR: $\sqrt{a^2 - ab + b^2} + \sqrt{b^2 - bc + c^2} \geq \sqrt{a^2 + ac + c^2}$ với mọi a, b, c > 0.

Hướng dẫn

Từ điểm O lấy OA= a, OB= b, OC= c sao cho: $\angle AOB = \angle BOC = 60^\circ$.

Áp dụng định lý cosin cho các tam giác OAB, OBC, OCA; ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos \angle AOB = a^2 + b^2 - ab.$$

$$AC^2 = OA^2 + OC^2 - 2OA \cdot OC \cdot \cos \angle AOC = a^2 + b^2 + ab.$$

$$BC^2 = OB^2 + OC^2 - 2OB \cdot OC \cdot \cos \angle BOC = b^2 + c^2 - bc.$$

$$\text{Lại có: } AB + BC \geq AC \Leftrightarrow \sqrt{a^2 - ab + b^2} + \sqrt{b^2 - bc + c^2} \geq \sqrt{a^2 + ac + c^2}.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow$ A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow a = c = 2b$.

Nhận xét: Bài toán hoàn toàn rèn luyện cho học sinh biết vận dụng định lý cosin và bất đẳng thức trong tam giác để giải quyết.

Bài tập 5. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC.

$$\text{CMR: } \cot C - \cot B = 2 \cot \angle BMA$$

Hướng dẫn

$$\text{Ta có: } \cot B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S}, \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S} \Rightarrow \cot C - \cot B = \frac{b^2 - c^2}{2S} \quad (1)$$

$$S = 2S_1 = 2S_2, \cot \angle BMA = \frac{\frac{a^2}{4} + AM^2 - c^2}{4S_1}, \cot \angle CMA = -\cot \angle BMA = \frac{\frac{a^2}{4} + AM^2 - b^2}{4S_2}$$

$$\Rightarrow 2 \cot \angle BMA = \frac{b^2 - c^2}{4S_1} = \frac{b^2 - c^2}{2S} \quad (2). \text{ Từ (1), (2) suy ra đpcm}$$

Nhận xét: Trong bài toán này, một lần nữa hướng dẫn cho học sinh biết vận dụng định lý cosin suy rộng để giải toán.

Bài tập 6. Cho tam giác ABC, M là điểm nằm trong tam giác sao cho:

$$\angle MAB = \angle MBC = \angle MCA = \alpha.$$

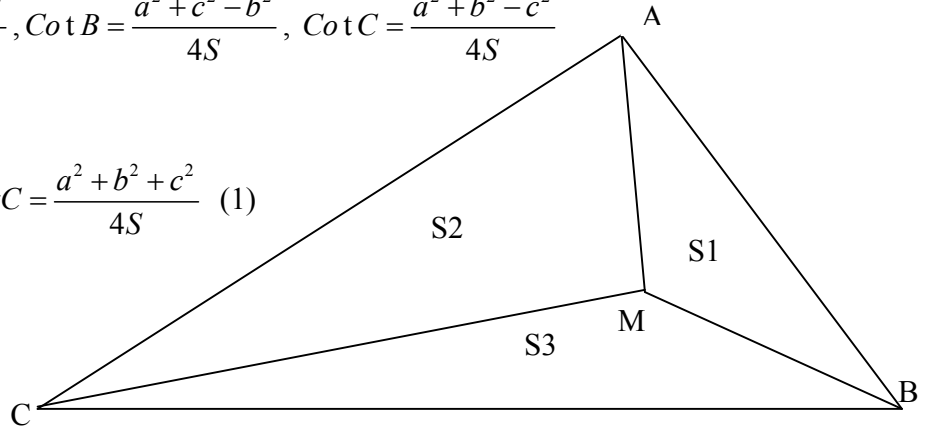
$$\text{CMR: } \cot A + \cot B + \cot C = \cot \alpha.$$

Hướng dẫn

Giả sử tồn tại điểm M trong tam giác ABC thỏa mãn: $\angle MAB = \angle MBC = \angle MCA = \alpha$

$$\text{Ta có: } \cot A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}, \cot B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S}, \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S}$$

$$\text{Suy ra: } \cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S} \quad (1)$$



$$\text{Lại có: } \cot \alpha = \cot \angle MAB = \frac{MA^2 + c^2 - MB^2}{4S_1} \Rightarrow 4S_1 \cdot \cot \alpha = MA^2 + c^2 - MB^2$$

$$\text{Tương tự: } 4S_2 \cdot \cot \alpha = MC^2 + b^2 - MA^2, 4S_3 \cdot \cot \alpha = MB^2 + a^2 - MC^2$$

$$\text{Từ đó suy ra: } 4(S_1 + S_2 + S_3) \cot \alpha = 4S \cdot \cot \alpha = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S} \quad (2)$$

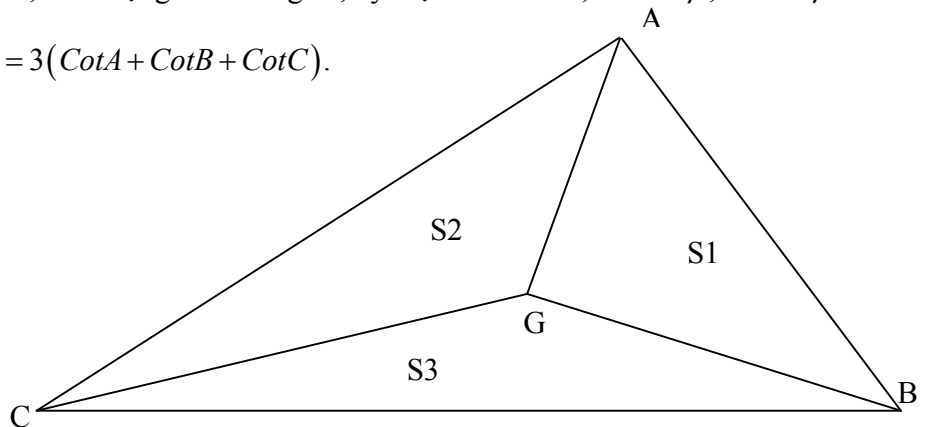
Từ (1), (2) suy ra đpcm.

Nhận xét: Trong bài toán này, một lần nữa hướng dẫn cho học sinh biết vận dụng định lý cosin suy rộng để giải toán.

Bài tập 7. Cho tam giác ABC, G là trọng tâm tam giác, ký hiệu: $\angle GAB = \alpha, \angle GBC = \beta, \angle GCA = \gamma$.

$$\text{CMR: } \cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma = 3(\cot A + \cot B + \cot C).$$

Hướng dẫn



Ta có: $CotA + CotB + CotC = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}$

$$Cot\alpha = \frac{GA^2 + c^2 - GB^2}{4S_{AGB}} = \frac{GA^2 + c^2 - GB^2}{4 \frac{S}{3}}$$

$$Cot\beta = \frac{GB^2 + a^2 - GC^2}{4S_{AGB}} = \frac{GB^2 + a^2 - GC^2}{4 \frac{S}{3}}$$

$$Cot\gamma = \frac{GC^2 + b^2 - GA^2}{4S_{AGB}} = \frac{GC^2 + b^2 - GA^2}{4 \frac{S}{3}}$$

Suy ra: $Cot\alpha + Cot\beta + Cot\gamma = \frac{3(a^2 + b^2 + c^2)}{4S}$.

Từ đó suy ra: $Cot\alpha + Cot\beta + Cot\gamma = 3(CotA + CotB + CotC)$.

Bài tập 8. Nhận dạng tam giác ABC biết: $a^2 = \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a}$.

Hướng dẫn

Từ gt: $a^2 = \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} \Leftrightarrow a^2(b + c - a) = b^3 - c^3 - a^3 \Leftrightarrow a^2(b + c) = b^3 - c^3$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc.$$

Mặt khác: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.CotA$. Từ đó suy ra: $CotA = -\frac{1}{2}$.

Vậy tam giác ABC là tam giác tù có góc A bằng 120° .

Nhận xét : Đưa ra bài toán này, tiếp tục rèn luyện cho học sinh biết cách biến đổi hệ thức để có thể sử dụng định lý cosin từ đó tính được giá trị của một góc trong tam giác và đưa ra kết luận

Bài tập 9. Nhận dạng tam giác ABC biết:
$$\begin{cases} a^2 = \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} \\ \cos A \cdot \cos C = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Hướng dẫn

- Từ: $a^2 = \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 - bc$ lại có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

Suy ra: $\cos A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ$

- Từ: $\cos A \cdot \cos C = \frac{1}{4}$ suy ra: $\cos C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 60^\circ$.

Vậy tam giác ABC đều

Nhận xét : Bài toán đưa ra nhằm tiếp tục rèn luyện kỹ năng biến đổi để sử dụng định lý cosin để tính giá trị các góc trong tam giác.

Bài tập 10. a) Tam giác ABC tù, nhọn hay vuông nếu có : $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$.

b) Cho tam giác ABC, A và B là hai góc nhọn thỏa mãn điều kiện:

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sqrt[n]{\sin C}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

CMR tam giác ABC không tù.

(Tam giác ABC vuông? Cm kết hợp công thức lượng giác)

Hướng dẫn

a) Áp dụng định lý Sin trong tam giác

Ta có: $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2$ Suy ra tam giác ABC vuông tại C.

b) Dễ thấy $0 < \sin C \leq 1 \Rightarrow \sqrt[n]{\sin C} \geq \sin^2 C$.

Vậy: $\sin^2 A + \sin^2 B \geq \sin^2 C \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2$. Hay tam giác ABC không tù.

Nhận xét:

Đây là bài toán vận dụng đánh giá rất sáng tạo, kiểm tra khả năng suy luận sáng tạo của học sinh

Bài tập luyện tập

1. Cho tam giác ABC có $a = 1, b = 2, c = \sqrt{3}$. Tính các góc của tam giác.

2. Giả sử:
$$\begin{cases} a = \sqrt{4x^2 + 3} \\ b = \sqrt{x^2 + x + 1} \\ c = \sqrt{x^2 - x + 1} \end{cases} \quad (\text{với mọi } x \text{ thuộc } \mathbb{R}).$$

CMR a, b, c là 3 cạnh của một tam giác tù.

3. Cho tam giác ABC, A và B là hai góc nhọn thỏa mãn điều kiện:

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^\alpha C \text{ (với } \alpha \in (0; 2)$$

CMR tam giác ABC không tù.

(Tam giác ABC vuông? Cm kết hợp công thức lượng giác.).

4. Cho tam giác ABC thỏa mãn: $\cot A = 2(\cot B + \cot C)$.

a) CMR: $b^2 + c^2 = 5a^2$

b) CMR: $\sin A \leq \frac{3}{5}$.

5. Cho tam giác ABC thỏa mãn: $b^2 + c^2 = 2a^2$.

CMR: $\cot B + \cot C = 2\cot A$.

6. Cho tam giác ABC, trên cạnh BC lấy hai điểm M, N sao cho: $BM = MN = NC$, kí hiệu:

$$\angle MAB = \alpha, \angle MAN = \beta, \angle NAC = \gamma.$$

CMR: $(\cot \alpha + \cot \beta)(\cot \beta + \cot \gamma) = 4(1 + \cot^2 \beta)$.

HD: Áp dụng định lý côsin suy rộng và công thức tính đường trung tuyến tam giác.

7. Nhận dạng tam giác ABC biết: $\sin \frac{A}{2} = \frac{a}{2\sqrt{bc}}$.

C. KẾT LUẬN

Phương pháp dạy học này đã được bản thân tôi thí điểm trên các lớp 10A1; 10A6 và bồi dưỡng học sinh giỏi khối 10. Kết quả thu được rất khả quan:

Hầu hết các em học sinh say mê, hứng khởi hơn trong các giờ học; Ôn tập, kiểm tra bài cũ thấy rằng các em nắm rất vững kiến thức và vận dụng làm bài tốt. Kết quả cuối kì, cuối năm các em đạt được rất cao.

Kết quả cụ thể như sau:

- Đội tuyển HSG đứng thứ hạng cao trong trường (có giải 8 em trên 12 em tham gia xếp thứ 1 môn toán của khối 10, trong kỳ thi học sinh giỏi trường).

- Lớp: 10A1

Kết quả	Học kì 1	Học kì 2	Cả Năm	Ghi chú
Giỏi	25	34	34	
Khá	15	11	10	
TB	4		1	
Yếu	0	0	0	

-Lớp: 10A6

Kết quả	Học kì 1	Học kì 2	Cả Năm	Ghi chú
Giỏi	5	8	8	
Khá	20	24	25	
TB	20	14	15	
Yếu	2	1	0	

Kiểm tra học kì II : Lớp 10A1 đứng nhất, 10A2 thứ 3 toàn khối.

Trong quá trình trao đổi với đồng nghiệp được các đồng nghiệp đánh giá cao và cùng nghiên cứu vận dụng.

Tuy nhiên với phương pháp này người thầy phải biết vận dụng sáng tạo phương pháp phù hợp với kiến thức đang cần truyền thụ cho học sinh; đánh giá đúng đối tượng học sinh để giới thiệu và khai thác kiến thức một cách phù hợp.

Đối tượng học sinh là học sinh không quá yếu, luôn tin tưởng ở thầy, luôn say mê học tập, chủ động trong quá trình tiếp thu kiến thức, có điều kiện học tập, nghiên cứu.

II. Đề xuất, kiến nghị

Đối với giáo viên cần tâm huyết với nghề nghiệp, lấy sự tiến bộ của học sinh làm mục đích chính; luôn trao đổi kiến thức, phương pháp; luôn tìm tòi, nghiên cứu chương trình, phương pháp, đối tượng học sinh cụ thể là luôn đổi mới phương pháp dạy học để đưa ra phương pháp dạy học tích cực, nhằm truyền thụ kiến thức phù hợp cho từng đối tượng học sinh đạt kết quả cao nhất trong giảng dạy.

Đối với học sinh cần học tập thật nghiêm túc, tự giác học tập, nghiên cứu chủ động tiếp cận kiến thức một cách khoa học. Không bị động trong khi tiếp thu kiến thức của nhân loại. Đặc biệt là kiến thức toán học

Đối với nhà trường cần kịp thời động viên, biểu dương các đề tài bậc cao, nhân rộng qua lưu hành nội bộ để đồng nghiệp tham khảo, bổ sung góp ý và vận dụng trong quá trình dạy học cho toàn trường.

III. Kết luận

Trong quá trình dạy học và làm công tác quản lý chuyên môn ở trường THPT Hoàng Hóa 3 với sự nỗ lực của bản thân, cùng với sự giúp đỡ của các đồng nghiệp đã khuyến khích động viên để tôi rút ra được một số kinh nghiệm; Với khả năng và ngôn ngữ của bản thân còn có phần hạn chế nên không thể tránh khỏi thiếu sót; hạn chế rất mong hội đồng khoa học và các đồng nghiệp giúp đỡ, góp ý để đề tài ngày hoàn thiện hơn, có ứng dụng rộng rãi trong quá trình giảng dạy và bồi dưỡng học sinh.

XÁC NHẬN CỦA HIỆU TRƯỞNG

Thanh Hóa, ngày 20 tháng 05 năm 2013

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.

Lê Sỹ Hoạt