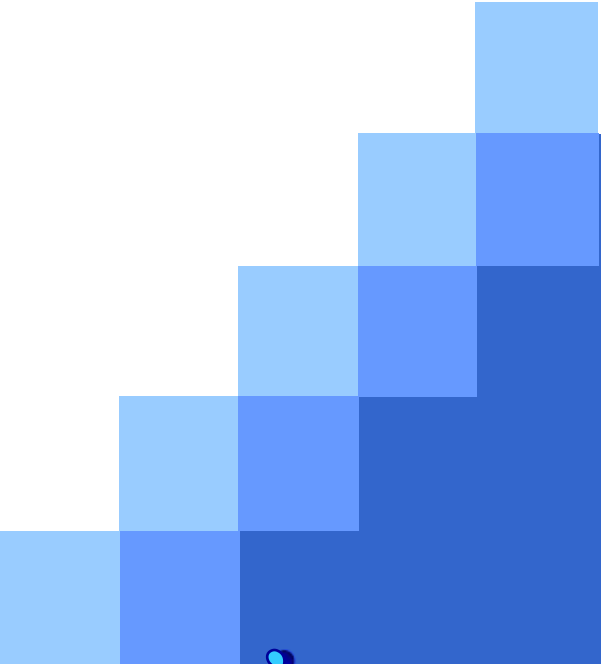


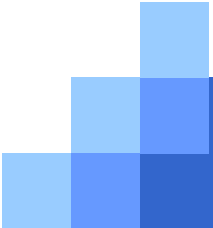


ĐẠI SỐ 11

MỘT SỐ

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC
THƯỜNG GẶP

GV: Nguyễn Tâm



Nội dung

- ◆ **Dạng 1:** Phương trình bậc nhất đối với hàm lượng giác.
- ◆ **Dạng 2:** Phương trình bậc hai đối với hàm lượng giác.
- ◆ **Dạng 3:** Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.
- ◆ **Dạng 4:** Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$.
- ◆ **Dạng 5:** Phương trình đối xứng.

Kiểm tra bài cũ:

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình:

$$2\cos x - \sqrt{3} = 0$$

- ◀ **a** ▶ $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ ▶ **b** ▶ $\left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- ◀ **c** ▶ $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ ▶ **d** ▶ $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Kiểm tra bài cũ:

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình:

$$\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$$

- ◀ **a** ▶ $\left\{ \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ ▶ **b** ▶ $\left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- ◀ **c** ▶ $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ ▶ **d** ▶ $\left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Dạng 1 Phương trình **bậc nhất** đối với hàm lượng giác.

PT có dạng:

$$a \sin x + b = 0$$

$$a \cos x + b = 0$$

trong đó: $a \neq 0$

$$a \tan x + b = 0$$

$$a \cot x + b = 0$$

 **Phương pháp:** đưa về phương trình lượng giác cơ bản để giải.

Dạng 2

Phương trình **bậc hai** đối với hàm lượng giác

PT có dạng:

$$a\sin^2x + b\sin x + c = 0 \quad (1)$$

$$a\cos^2x + b\cos x + c = 0 \quad (2)$$

$$a\tan^2x + b\tan x + c = 0 \quad (3)$$

$$a\cot^2x + b\cot x + c = 0 \quad (4)$$

(trong đó: $a, b \neq 0$)

Phương pháp:

- Đối với pt (1) và (2) đặt $t = \sin x$ hoặc $t = \cos x$, $t \in [-1, 1]$
- Đối với pt (3) đặt $t = \tan x$, $\cos x \neq 0$
- Đối với pt (4) đặt $t = \cot x$, $\sin x \neq 0$

Dạng 3 Phương trình **bậc nhất** đối với **$\sin x$** và **$\cos x$** .

PT có dạng: **$a \sin x + b \cos x = c$** (*)

(trong đó: $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a^2 + b^2 \neq 0$)

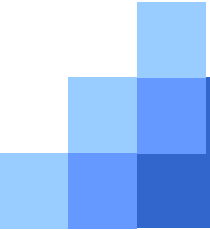
❖ **Cách 1**: chia 2 vế của pt (*) cho $\sqrt{a^2 + b^2}$ ta được:

$$(*) \Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha \cdot \sin x + \sin \alpha \cdot \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Chú ý: pt (*) có nghiệm là $a^2 + b^2 \geq c^2$



Ví dụ 1:

Giải phương trình sau:

$$3 \sin x + \sqrt{3} \cos x = -\sqrt{3}$$

❖ Cách 2: đặt $t = \tan \frac{x}{2}$

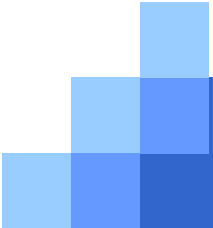
$$TH1: \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Thế vào pt () xem có là nghiệm hay không?*

$$TH2: \frac{x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \tan \frac{x}{2}, \begin{cases} \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \\ \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{cases}$$

Thế vào pt () tìm được t và sau đó tìm được x .*



Ví dụ 2:

Giải phương trình sau:

$$\sin x + (\sqrt{3} - 2) \cos x = 1$$

Dạng 4 Phương trình **thuần nhất bậc hai** đối với **$\sin x$** và **$\cos x$**

PT có dạng: $a \sin^2 x + b \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0 (*)$

Dạng đặc biệt: $a \sin^2 x + b \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = d$

❖ **Cách 1:**

➤ **TH1:** $\cos x = 0$ có là nghiệm của pt (*) hay không?

➤ **TH2:** $\cos x \neq 0$ chia 2 vế của pt (*) cho $\cos^2 x$

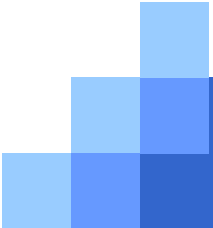
Ta được pt: $a \tan^2 x + b \tan x + c = 0$

❖ **Cách 2:** đưa pt (*) về dạng pt bậc nhất theo $\sin 2x$ và $\cos 2x$.

$$\begin{cases} \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \\ \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \\ \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$$

$$*d = d(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$* \frac{d}{\cos^2 x} = d(1 + \tan^2 x)$$



Ví dụ 3:

Giải phương trình sau:

$$a) 3 \sin^2 x - 4 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$$

$$b) 2 \sin^2 x - 5 \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = -2$$

Củng cố:

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình:

$$\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$$

◀ **a** ▶ $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, \pi + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$ ▶ **b** ▶ $\left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$

◀ **c** ▶ $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$ ▶ **d** ▶ $\left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$

Củng cố:

Câu 2: Với giá trị nào của m thì pt sau có nghiệm:

$$2\sin 3x + \sqrt{5}\cos 3x = m$$

 **a** $-3 \leq m \leq 3$

 **b** $|m| \geq 3$

 **c** $m \geq 9$

 **d** $-9 \leq m \leq 9$

Củng cố:

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình:

$$4\sin^2 x - 5\sin x \cos x - 6\cos^2 x = 0$$

- ◀ **a** ▶ $\left\{ \arctan 2 + k\pi, \arctan\left(-\frac{3}{4}\right) + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$
- ◀ **b** ▶ $\left\{ \arctan\left(-\frac{3}{4}\right) + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$
- ◀ **c** ▶ $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, \arctan 2 + k\pi, \arctan\left(-\frac{3}{4}\right) + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$
- ◀ **d** ▶ Pt vô nghiệm.



BÀI HỌC KẾT THÚC