

SỞ GD & ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT ĐÀO DUY TỪ

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THI THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2014 - 2015
Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề
Đề có 10 câu và 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - m$, (1), với m là tham số

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi $m = 4$.

b) Tìm các giá trị thực của m để hàm số (1) đạt cực đại tại $x = -1$. Khi đó hãy tìm tọa độ các điểm cực trị của đồ thị (C).

Câu 2 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\tan 2x - 2\sin^2 x = \sin 2x$.

b) Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $(2-i)(1+i) + \bar{z} = 4-2i$. Tính môđun của z .

Câu 3 (0,5 điểm). Giải bất phương trình trên tập số thực: $\log_{\frac{1}{2}}(9^{x-1} + 1) - 2 > \log_{\frac{1}{2}}(3^{x-1} + 7)$

Câu 4 (1,0 điểm). Giải phương trình trên tập số thực: $x+1 = (2x+1)\sqrt{\sqrt{x+1}+2}$

Câu 5 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{e}}^1 \left(\frac{1}{x^2} - \ln x \right) dx$

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân với $AB = AC = a$ ($a > 0$). Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm H của BC , các cạnh bên của lăng trụ tạo với đáy một góc α có $\tan \alpha = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối đa diện $A'B'C'CB$ và khoảng cách giữa $B'C$ và $A'H$.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C_1) : $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ có tâm O_1 , đường tròn (C_2) bán kính bằng 4 có tâm O_2 nằm trên đường thẳng (d) : $x + y - 4 = 0$ và cắt (C_1) tại hai điểm A và B sao cho tứ giác O_1AO_2B có diện tích bằng $2\sqrt{3}$. Viết phương trình đường tròn (C_2) biết O_2 có hoành độ dương.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với đường thẳng d : $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$, vuông góc với mặt phẳng (P) : $2x + y + z - 1 = 0$ đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S) : $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$.

Câu 9 (0,5 điểm). Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm mang số chia hết cho 10.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2}{a + \sqrt{ab} + \sqrt[3]{abc}} - \frac{3}{\sqrt{a+b+c}}.$$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

SỞ GD & ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT ĐÀO DUY TỪ

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THI THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2014 - 2015

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu	Nội dung	Điểm																
Câu 1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Khi $m = 4$, tácó $y = x^3 + 3x^2 - 4$																	
	1) Tập xác định : $D = \mathbb{R}$ 2) Sự biến thiên: $y' = 3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$	0,25																
	Hs đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$; nghịch biến trên $(-2; 0)$ Hs đạt CĐ tại $x = -2$, $y_{CD} = 0$; đạt CT tại $x = 0$; $y_{CT} = -4$ Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																
	BBT <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$													
	y'	+	0	-	0	+												
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$														
3) Đồ thị: Học sinh tự vẽ hình với yêu cầu: thể hiện được đầy đủ các điểm đặc biệt và nét vẽ chính xác	0,25																	
b) (1,0 điểm)																		
Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ nên $\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 5 = 0 \\ 2m - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ m < 4 \end{cases}$	0,5																	
Với $m = \frac{5}{2}$: thay vào phương trình hàm số và tính đạo hàm, ta được: $y' = 3x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} \text{ (t/m)}$	0,25																	
Do đó tọa độ các điểm cực trị là: $A = \left(0; -\frac{5}{2}\right)$ và $B = (-1; -2)$	0,25																	
Câu 2 (1,0 điểm)	a) (0,5 điểm) Tính giá trị của biểu thức lượng giác																	
	Điều kiện: $\cos 2x \neq 0$ PT $\Leftrightarrow \tan 2x - (1 - \cos 2x) = \sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x - (1 - \cos 2x)\cos 2x - \sin 2x \cos 2x = 0$ $\Leftrightarrow (\sin 2x - \cos 2x)(1 - \cos 2x) = 0$	0,25																
	+ Với $\sin 2x - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ + Với $1 - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi$	0,25																
	b) (0,5 điểm) Tính môđun của z. $(2 - i)(1 + i) + \bar{z} = 4 - 2i$																	
	Đặt $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$, khi đó $\bar{z} = a - bi$. Theo bài ra ta có $(2 - i)(1 + i) + a - bi = 4 - 2i \Leftrightarrow a + 3 + (1 - b)i = 4 - 2i$	0,25																

	$\Leftrightarrow \begin{cases} a+3=4 \\ 1-b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$. Do đó $z=1+3i$, suy ra $ z =\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$	0,25
Câu 3 (0,5 điểm)	Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(9^{x-1}+1)-2 > \log_{\frac{1}{2}}(3^{x-1}+7)$	
	$\log_{\frac{1}{2}}(9^{x-1}+1)-2 > \log_{\frac{1}{2}}(3^{x-1}+7) \Leftrightarrow 4(9^{x-1}+1) < 3^{x-1}+7$	0,25
	$\Leftrightarrow 4 \cdot 9^{x-1} - 3^{x-1} - 3 < 0 \Leftrightarrow 3^{x-1} < 1 \Leftrightarrow x < 1$. Vậy tập nghiệm là: $S = (-\infty; 1)$	0,25
Câu 4 (1,0 điểm)	Giải phương trình	
	Điều kiện: $x \geq -\frac{1}{2}$. Đặt $y = \sqrt{\sqrt{x+1}+2}$ ($y > \sqrt{2}$), ta thu được hệ $\begin{cases} x+1+y=2(x+1)y \\ y^2-\sqrt{x+1}=2 \end{cases}$	0,25
	Suy ra $\begin{aligned} x+1+y &= (y^2-\sqrt{x+1})(x+1)y \\ \Leftrightarrow (y\sqrt{x+1}+1)(y+x+1-y^2\sqrt{x+1}) &= 0 \\ \Leftrightarrow (y\sqrt{x+1}+1)(y-2\sqrt{x+1}) &= 0 \\ \Leftrightarrow y &= 2\sqrt{x+1} \end{aligned}$	0,25
	Do vậy: $\sqrt{\sqrt{x+1}+2} = 2\sqrt{x+1} \Leftrightarrow x = \frac{-15+\sqrt{33}}{32}$.	0,25
	Thay vào, thử lại thấy $x = \frac{-15+\sqrt{33}}{32}$ thỏa mãn. Vậy $x = \frac{-15+\sqrt{33}}{32}$.	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	Tính tích phân.	
	Ta có: $I = \int_{\frac{1}{e}}^1 \left(\frac{1}{x^2} - \ln x \right) dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x^2} dx - \int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx$	0,5
	Tính $J = \int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big _{\frac{1}{e}}^1 = e-1$,	0,25
	và $L = \int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx = \frac{2}{e} - 1$ (Đặt $u = \ln x; dv = dx$)	0,25
	Vậy: $I = J - L = \frac{e^2-2}{e}$	
Câu 6 (1,0 điểm)	Ta có $A'H \perp (ABC)$, AH là h.c của AA' trên (ABC) và $\Delta A'AH$ nên $\widehat{A'AH} = \alpha$ Vì ΔABC vuông cân tại A cạnh a nên $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'H = AH \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,25
	Có $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ và $V_{A'.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ suy ra $V_{A'BB'C'C} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$	0,25
	Do $B'C' \parallel BC$ và $BC \subset (A'BC) \Rightarrow B'C' \parallel (A'BC)$	0,25

	Lấy K là trung điểm của $B'C'$ thì $d(B'C'; A'H) = d(K; (A'BC))$ Lại do $KA' \perp A'H$ và $KA' \perp BC \Rightarrow KA' \perp (A'BC)$ Vậy $d(B'C'; A'H) = d(K; (A'BC)) = KA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ (Học sinh có thể tính $d(B'C'; A'H)$ bằng cách chứng minh KA' là đường vuông góc chung của $B'C'$ và $A'H$).	0,25
Câu 7 (1,0 điểm)	Viết phương trình đường tròn Đường tròn (C_1) có bán kính $R_1 = 1$ và tâm $O_1(-2;1)$, đường tròn (C_2) có tâm $O_2(t;4-t)$ với $t > 0$. $S_{O_1AO_2B} = 2\sqrt{3} \Rightarrow 2S_{O_1AO_2} = S_{O_1AO_2B} = O_1A \cdot O_2A \cdot \sin \widehat{O_1AO_2} = 2\sqrt{3}$.	0,25
	Nên suy ra $\sin \widehat{O_1AO_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{O_1AO_2} = 60^\circ \\ \widehat{O_1AO_2} = 120^\circ \end{cases}$	0,25
	Trường hợp 1. $\widehat{O_1AO_2} = 60^\circ$ thì $O_1O_2^2 = 13 \Rightarrow (t+2)^2 + (3-t)^2 = 13$. $\Leftrightarrow 2t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases}$. Chọn $t = 1$ suy ra $O_2(1; 3)$. Vậy (C_2): $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 16$.	0,25
	Trường hợp 2. $\widehat{O_1AO_2} = 120^\circ$ thì $O_1O_2^2 = 21 \Rightarrow (t+2)^2 + (3-t)^2 = 21$. $\Leftrightarrow 2t^2 - 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$. Suy ra $O_2\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}; \frac{7-\sqrt{17}}{2}\right)$. Vậy (C_2): $\left(x - \frac{1+\sqrt{17}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7-\sqrt{17}}{2}\right)^2 = 16$.	0,25
Câu 8 (1,0 điểm)	Viết phương trình mặt phẳng Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u} = (1;3;-1)$, Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n} = (2;1;1)$ Mặt cầu (S) có tâm $I = (2;-1;0)$ bán kính $R=2\sqrt{2}$	0,25
	$mp(\alpha) \perp mp(P)$ và $mp(\alpha) // d$ nên $[\vec{u}, \vec{n}] = (4;-3;-5)$ là một VTPT của $mp(\alpha)$. Phương trình mặt phẳng (α): $4x - 3y - 5z + m = 0$	0,25
	$mp(\alpha)$ tiếp xúc $mc(S) \Leftrightarrow d(I;(\alpha)) = R \Leftrightarrow \frac{ 11+m }{5\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -31 \end{cases}$	0,25
	Vậy có 2 mặt phẳng thỏa mãn là: $4x - 3y - 5z + 9 = 0$ $4x - 3y - 5z - 31 = 0$	0,25
Câu 9 (0,5 điểm)	Tính xác suất Gọi A là biến cố lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10. Chọn 10 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ có: C_{30}^{10} cách chọn Ta phải chọn : 5 tấm thẻ mang số lẻ trong 15 tấm mang số lẻ 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 trong 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10	0,25

	4 tấm thẻ mang số chẵn nhưng không chia hết cho 10 trong 12 tấm như vậy.															
	Theo quy tắc nhân, số cách chọn thuận lợi để xảy ra biến cố A là: $C_{15}^5 C_{12}^4 C_3^1$ Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_{15}^5 C_{12}^4 C_3^1}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$	0,25														
Câu 10 (1,0 điểm)	Tìm giá trị nhỏ nhất															
	Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có $a + \sqrt{ab} + \sqrt[3]{abc} \leq a + \frac{1}{2} \cdot \frac{a+4b}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{a+4b+16c}{3} = \frac{4}{3}(a+b+c).$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=4b=16c$.	0,25														
	Suy ra $P \geq \frac{3}{2(a+b+c)} - \frac{3}{\sqrt{a+b+c}}$ Đặt $t = a+b+c, t > 0$. Khi đó ta có: $P \geq \frac{3}{2t} - \frac{3}{\sqrt{t}}$	0,25														
	Xét hàm số $f(t) = \frac{3}{2t} - \frac{3}{\sqrt{t}}$ với $t > 0$ ta có $f'(t) = \frac{3}{2t\sqrt{t}} - \frac{3}{2t^2}$. $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2t\sqrt{t}} - \frac{3}{2t^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1$ Bảng biến thiên <table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td></td><td>- 0 +</td><td></td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td></td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{3}{2}$</td><td>0</td></tr></table> Do đó ta có $\min_{t>0} f(t) = -\frac{3}{2}$ khi và chỉ khi $t = 1$	t	$-\infty$	0	1	$+\infty$	$f'(t)$			- 0 +		$f(t)$		$+\infty$	$-\frac{3}{2}$	0
t	$-\infty$	0	1	$+\infty$												
$f'(t)$			- 0 +													
$f(t)$		$+\infty$	$-\frac{3}{2}$	0												
	Vậy ta có $P \geq -\frac{3}{2}$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a+b+c=1 \\ a=4b=16c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{16}{21} \\ b=\frac{4}{21} \\ c=\frac{1}{21} \end{cases}.$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{3}{2}$ khi và chỉ khi $(a,b,c) = \left(\frac{16}{21}, \frac{4}{21}, \frac{1}{21}\right)$.	0,25														

Thí sinh có cách giải khác so với đáp án mà đúng thì giám khảo căn cứ theo biểu điểm để chấm.

-----HẾT-----