

**SỞ GD & ĐT QUẢNG BÌNH  
TRƯỜNG THPT ĐÀO DUY TỪ**

**ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 2 NĂM 2016**

**Môn: TOÁN**

**Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề**

**Câu 1 (1,0 điểm)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:  $y = \frac{2x-3}{x-2}$

**Câu 2 (1,0 điểm)** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số:  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$  tại điểm có hoành độ  $x_0$  thỏa mãn phương trình:  $y''(x_0) = -12$ .

**Câu 3 (1,0 điểm)**

a. Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $(1-i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i$ . Tìm mô đun của số phức  $w = 2(z+1) - \bar{z}$

b. Giải phương trình  $\log_3(9^x + 18) = x + 2$

**Câu 4 (1,0 điểm)** Tính tích phân:  $I = \int_0^2 (\sqrt{2x^2+1} - 3x) x dx$

**Câu 5 (1,0 điểm)**

a. Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  và  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ . Tính giá trị của biểu thức:  $A = \frac{\tan \alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha}$ .

b. Trường THPT X tổ chức hội thao GDQP- AN.Trung đội 10A chọn một tiểu đội trong đó có 6 chiến sĩ nam và 5 chiến sĩ nữ tham gia các nội dung: hiểu biết chung về GDQP- AN, điều lệnh từng người không có súng, băng bó cứu thương và đội ngũ đơn vị. Tiểu đội trưởng chọn ngẫu nhiên 3 chiến sĩ tham gia nội dung băng bó cứu thương. Tính xác suất để 3 chiến sĩ được chọn có cả nam và nữ.

**Câu 6 (1,0 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$  và mặt phẳng (P) :  $x + 2y - 2z + 3 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với d. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

**Câu 7 (1,0 điểm)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O với  $AB = 2a\sqrt{3}, BC = 2a$ . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm H của đoạn OD. Góc hợp bởi SB với mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

**Câu 8 (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh A thuộc đường thẳng  $d_1: 2x - y + 2 = 0$ , đỉnh D thuộc đường thẳng  $d_2: x - y - 5 = 0$ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BD. Điểm  $M(\frac{9}{5}; \frac{2}{5})$ ,  $N(9;2)$  lần lượt là trung điểm của BH và CD. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết điểm D có tung độ dương.

**Câu 9 (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình:

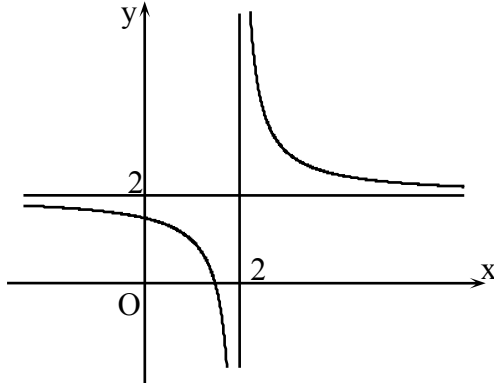
$$\begin{cases} 4\sqrt{1+2x^2y} - 1 = 3x + 2\sqrt{1-2x^2y} + \sqrt{1-x^2} \\ 2x^3y - x^2 = \sqrt{x^4+x^2} - 2x^3y\sqrt{4y^2+1} \end{cases}$$

**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $y + z = x(y^2 + z^2)$ . Tìm giá trị nhỏ

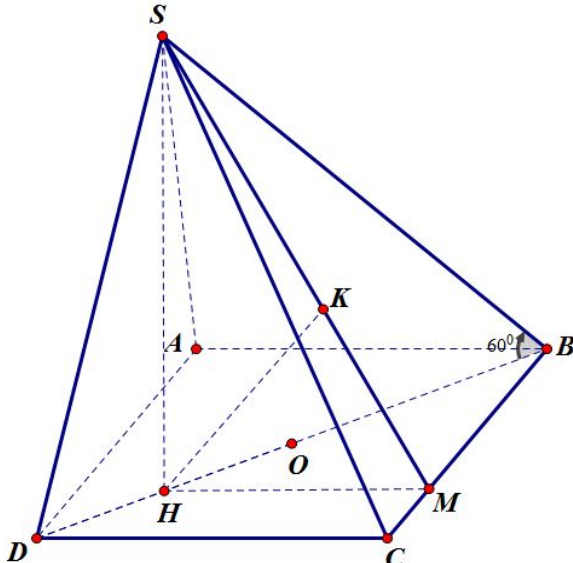
nhất của biểu thức  $P = \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+z)^2} + \frac{4}{(1+x)(1+y)(1+z)}$

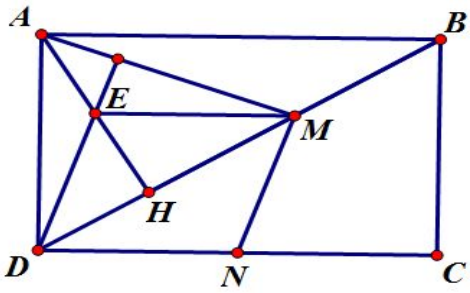
-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN ĐỀ THI THỬ LẦN 2

| Câu                                                                                              | Nội dung trình bày                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Điểm       |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|------|--|---|---|-----|---|-----------|-----------|---|------|
| 1                                                                                                | <b>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:</b> $y = \frac{2x-3}{x-2}$                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>1,0</b> |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | * TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ , $y' = -\frac{1}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \in D$                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25       |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | * Giới hạn và tiệm cận :<br>$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số<br>$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số                                               | 0.25       |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | * Bảng biến thiên<br><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td><math>y</math></td><td>2</td><td><math>-\infty</math></td><td><math>+\infty</math></td><td>2</td></tr></table> | $x$        | $-\infty$ | $2$       | $+\infty$ | $y'$ |  | - | - | $y$ | 2 | $-\infty$ | $+\infty$ | 2 | 0.25 |
|                                                                                                  | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $-\infty$  | $2$       | $+\infty$ |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
| $y'$                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | -          | -         |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
| $y$                                                                                              | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | $-\infty$  | $+\infty$ | 2         |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
| * Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ , hàm số không có cực trị. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |            |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | * Đồ thị: Đồ thị cắt các trục tọa độ tại điểm: $\left(0; \frac{3}{2}\right), \left(\frac{3}{2}; 0\right)$ .<br>                                                                                                                                 | 0.25       |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | <b>Nhận xét :</b> Đồ thị nhận giao điểm của 2 đường tiệm cận $I(2; 2)$ làm tâm đối xứng                                                                                                                                                                                                                                           |            |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
| 2                                                                                                | <b>Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số:</b> $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ <b>tại điểm có hoành độ <math>x_0</math> thỏa mãn phương trình:</b> $y''(x_0) = -12$ .                                                                                                                                                           | <b>1,0</b> |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9$ , $y'' = 6x - 12$ ,<br>$y''(x_0) = -12 \Leftrightarrow 6x_0 - 12 = -12 \Leftrightarrow x_0 = 0$                                                                                                                                                                                                       | 0,25       |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25       |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | Phương trình tiếp tuyến tại $M(0; -2)$ là: $y = y'(0)(x - 0) - 2 = 9x - 2$                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,5        |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
| 3                                                                                                | <b>a. Cho số phức <math>z</math> thỏa mãn:</b> $(1-i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i$ . <b>Tìm mô đun của số phức <math>w = 2(z + 1) - \bar{z}</math></b>                                                                                                                                                                                  | <b>0,5</b> |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | Giả sử<br>$z = a + bi$ ; $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow (1-i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i \Leftrightarrow (1-i)(a + bi) + 2i(a - bi) = 5 + 3i$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 5 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + i$                                  | 0,25       |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |
|                                                                                                  | Khi đó ta có:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25       |           |           |           |      |  |   |   |     |   |           |           |   |      |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |            |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|   | $w = 2(3+i) - (2-i) = 4+3i \Rightarrow  w  = \sqrt{16+9} = 5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
|   | <b>b. Giải phương trình</b> $\log_3(9^x + 18) = x + 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>0,5</b> |
|   | $\cdot \log_3(9^x + 18) = x + 2 \Leftrightarrow 9^x + 18 = 3^{x+2}$<br>$\Leftrightarrow 9^x - 9 \cdot 3^x + 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = 6 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                       | 0,25       |
|   | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_3 6 \end{cases}$<br>Vậy phương trình có hai nghiệm là: $x = 1$ và $x = \log_3 6$                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25       |
|   | <b>Tính tích phân:</b> $I = \int_0^2 (\sqrt{2x^2 + 1} - 3x) dx$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>1,0</b> |
| 4 | $I = \int_0^2 (\sqrt{2x^2 + 1} - 3x) dx = \int_0^2 x\sqrt{2x^2 + 1} dx - \int_0^2 3x^2 dx$ $= \frac{1}{4} \int_0^2 \sqrt{2x^2 + 1} d(2x^2 + 1) - 3 \int_0^2 x^2 dx$                                                                                                                                                                                                                                    | 0,5        |
|   | $= \frac{1}{6} \sqrt{(2x^2 + 1)^3} \Big _0^2 - x^3 \Big _0^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25       |
|   | $= \frac{1}{6} \sqrt{(8+1)^3} - \frac{1}{6} - 8 = -\frac{11}{3}$ Vậy $I = -\frac{11}{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25       |
|   | Chú ý: Có thể giải theo phương pháp đổi biến với $t = \sqrt{2x^2 + 1}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |            |
|   | <b>a. Cho góc <math>\alpha</math> thỏa mãn <math>\frac{3\pi}{2} &lt; \alpha &lt; 2\pi</math> và <math>\cos \alpha = \frac{4}{5}</math>.</b>                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>0,5</b> |
|   | <b>Tính giá trị của biểu thức:</b> $A = \frac{\tan \alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |            |
| 5 | Ta có $\begin{cases} \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi, \cos \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = -\sqrt{\frac{25}{16} - 1} = -\frac{3}{4} \\ \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{7}{25} \end{cases}$                                                                                                                                               | 0,25       |
|   | $\Rightarrow A = \frac{\tan \alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha} = \frac{-\frac{3}{4} - 1}{2 - \frac{7}{25}} = -\frac{175}{172}$                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25       |
|   | <b>b. Trường THPT X tổ chức hội thao GDQP- AN . Trung đội 10A chọn một tiểu đội trong đó có 6 chiến sĩ nam và 5 chiến sĩ nữ tham gia các nội dung: hiểu biết chung về GDQP- AN, điều lệnh từng người không có súng, băng bó cứu thương và đội ngũ đơn vị . Tiểu đội trưởng chọn ngẫu nhiên 3 chiến sĩ tham gia nội dung băng bó cứu thương. Tính xác suất để 3 chiến sĩ được chọn có cả nam và nữ.</b> | <b>0,5</b> |
|   | * Số cách chọn 3 chiến sĩ từ 11 chiến sĩ của tiểu đội là $C_{11}^3 = 165$<br>do đó số phần tử của không gian mẫu là $ \Omega  = 165$ .                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25       |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 5 | * Gọi A là biến cố ” 3 chiến sĩ được chọn có cả nam và nữ”<br>Ta có số kết quả thuận lợi cho A là: $ \Omega_A  = C_5^1.C_6^2 + C_5^2.C_6^1 = 135$                                                                                                                                                                                         |      |
|   | Xác suất để 3 chiến sĩ được chọn có cả nam và nữ là: $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{135}{165} = \frac{9}{11}$                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
| 6 | <b>Câu 6 ( 1,0 điểm)</b> Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ , cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng (P) : $x + 2y - 2z + 3 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với d. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.                   | 1,0  |
|   | Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n} = (1; 2; 3)$ và đi qua O(0;0;0) nên có phương trình: $x + 2y + 3z = 0$ .                                                                                                                                                                                                                                   | 0,5  |
|   | $M(t; 1+2t; 2+3t) \in d; d(M; (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{ 1-t }{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -8 \\ t = 10 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |
|   | Do đó $M(-8; -15; -22)$ và $M(10; 21; 32)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |
| 7 | <b>Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O với <math>AB = 2a\sqrt{3}, BC = 2a</math>. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm H của đoạn OD. Góc hợp bởi SB với mặt đáy bằng <math>60^\circ</math>. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.</b> | 1,0  |
|   | <b>Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,5  |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25 |
|   | Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SB, (ABCD)) = \widehat{SBH} = 60^\circ$ .<br>$HB = \frac{3}{4}BD = \frac{3}{4}\sqrt{AB^2 + AD^2} = 3a \Rightarrow SH = HB \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}a$                                                                                                                                           |      |
|   | $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a\sqrt{3} \cdot 2a = 4\sqrt{3}a^2$<br>$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}3a\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}a^2 = 12a^3$                                                                                                                                                                | 0,25 |
|   | <b>Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,5  |
|   | Do AD song song (SBC) nên ta có:<br>$d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(D, (SBC)) = \frac{4}{3} d(H, (SBC)).$                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|   | <p>Kẻ HM vuông góc với BC, HK vuông góc với SM <math>\Rightarrow HK \perp (SBC)</math><br/>         Hay HK = d(H,(SBC)).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|   | <p>Tính HK:</p> $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{(3\sqrt{3}a)^2} + \frac{4}{(3\sqrt{3}a)^2} = \frac{5}{27a^2}$ $\Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{5}}a = \frac{3\sqrt{15}}{5}a$ <p>Vậy khoảng cách giữa AD và SC là: <math>d(AD,SC) = \frac{4}{3}HK = \frac{4}{3} \cdot \frac{3\sqrt{15}}{5}a = \frac{4\sqrt{15}}{5}a</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|   | <p><b>Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh A thuộc đường thẳng <math>d_1: 2x - y + 2 = 0</math>, đỉnh D thuộc đường thẳng <math>d_2: x - y - 5 = 0</math>.</b></p> <p><b>Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BD. Điểm <math>M(\frac{9}{5}; \frac{2}{5})</math>, <math>N(9;2)</math> lần lượt là trung điểm của BH và CD. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết điểm D có tung độ dương.</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 1,0  |
|   | <p>Gọi E là trung điểm của AH, ta có <math>ME \perp AD \Rightarrow E</math> là trực tâm tam giác ADM<br/> <math>\Rightarrow DE \perp AM</math>. Mặt khác tứ giác EMND là hình bình hành nên <math>DE \parallel MN</math>, do đó <math>AM \perp MN</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |
| 8 | <p>Đường thẳng AM qua điểm M và vuông góc với MN có pt: <math>9x + 2y - 17 = 0</math>.</p> <p>Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình <math>\begin{cases} 9x + 2y = 17 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow A(1;4)</math></p> <p>Theo giả thiết điểm D thuộc <math>d_2</math>, giả sử <math>D(d;d-5)</math>, do <math>AD \perp DN</math> nên <math>\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DN} = 0</math><br/> <math>\Leftrightarrow (9-d)(8-2d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 9 \Rightarrow D(9;4) \\ d = 4 \Rightarrow D(4;-1) \end{cases}</math>. Vì điểm D có tung độ dương nên <math>D(9;4)</math></p> <p>Do N là trung điểm CD nên điểm C có tọa độ là: <math>C(9;0)</math></p> <p>Phương trình đường thẳng AH: <math>2x + y - 6 = 0</math>.</p> <p>Phương trình đường thẳng DM: <math>x - 2y - 1 = 0</math></p> <p>Do H là giao điểm của AH và DM nên ta có tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình <math>\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow H(\frac{13}{5}; \frac{4}{5}) \Rightarrow B(1;0)</math></p> <p>Vậy tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD là: <math>A(1;4)</math>, <math>B(1;0)</math>, <math>C(9;0)</math>, <math>D(9;4)</math></p> | 0,5  |
|   | <p><b>Giải hệ phương trình:</b></p> $\begin{cases} 4\sqrt{1+2x^2y} - 1 = 3x + 2\sqrt{1-2x^2y} + \sqrt{1-x^2} & (1) \\ 2x^3y - x^2 = \sqrt{x^4+x^2} - 2x^3y\sqrt{4y^2+1} & (2) \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
| 9 | <p>Điều kiện: <math>\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ 1+2x^2y \geq 0 \\ 1-2x^2y \geq 0 \end{cases}</math>. Với <math>x=0</math>, hệ phương trình luôn có nghiệm <math>\forall y \in R</math></p> <p>Với <math>x \neq 0</math>, chia 2 vế của phương trình (2) cho <math>x^3</math> ta được pt:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|    | $2y + 2y\sqrt{(2y)^2 + 1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x}\sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1} \Leftrightarrow f(2y) = f\left(\frac{1}{x}\right)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|    | <p>Xét hàm số: <math>f(t) = t + t\sqrt{t^2 + 1} \Rightarrow f'(t) = 1 + \sqrt{t^2 + 1} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 1}} &gt; 0 \forall t \in \mathbb{R}</math></p> <p>Vậy f(t) là hàm đồng biến trên <math>\mathbb{R}</math>, do đó <math>f(2y) = f\left(\frac{1}{x}\right) \Leftrightarrow 2y = \frac{1}{x}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|    | <p>Thế vào phương trình (1) ta được: <math>4\sqrt{1+x} - 1 = 3x + 2\sqrt{1-x} + \sqrt{1-x^2} (*)</math></p> <p>Đặt <math>\begin{cases} a = \sqrt{1+x} \geq 0 \\ b = \sqrt{1-x} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a^2 = 2+2x \\ b^2 = 1-x \end{cases} \Rightarrow 2a^2 - b^2 = 1+3x</math></p> <p><math>pt(*) \Leftrightarrow 4a - 1 = 2a^2 - b^2 - 1 + 2b + ab \Leftrightarrow 2a^2 + (b-4)a + 2b - b^2 = 0</math></p> <p><math>\Delta = (b-4)^2 - 8(2b-b^2) = (3b-4)^2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2-b \\ a = \frac{b}{2} \end{cases}</math></p> | 0,25 |
|    | <p>Với <math>a=2-b \Leftrightarrow a+b=2 \Leftrightarrow \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2 \Leftrightarrow x = 0</math> ( loại)</p> <p>Với <math>2a = b \Leftrightarrow 2\sqrt{1+x} = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \Rightarrow y = -\frac{5}{6}</math></p> <p>Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: <math>\begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = -\frac{5}{6} \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}</math></p>                                                                                                             | 0,25 |
| 10 | <p>Cho x,y,z là các số thực dương thỏa mãn <math>y+z = x(y^2+z^2)</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức <math>P = \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+z)^2} + \frac{4}{(1+x)(1+y)(1+z)}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 1,0  |
|    | <p>Ta có</p> <p><math>(y+z)^2 \leq 2(y^2+z^2) \Leftrightarrow x(y+z)^2 \leq 2x(y^2+z^2) = 2(y+z) \Rightarrow y+z \leq \frac{2}{x} (1)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|    | <p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:</p> <p><math>P \geq \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{2}{(1+y)(1+z)} + \frac{4}{(1+y)(1+z)(1+x)}</math></p> <p>Mặt khác:</p> <p><math>(1+y)(1+z) \leq \frac{(2+y+z)^2}{4} \leq \frac{1}{4}\left(2+\frac{2}{x}\right)^2 = \frac{(1+x)^2}{x^2}</math></p> <p><math>\Rightarrow P \leq \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{2x^2}{(1+x)^2} + \frac{4x^2}{(1+x)^3} = \frac{2x^3 + 6x^2 + x + 1}{(1+x)^3}</math></p>                                                                                                                             | 0,25 |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                  |           |               |           |       |   |   |   |      |   |                  |           |     |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-----------|---------------|-----------|-------|---|---|---|------|---|------------------|-----------|-----|
|       | <p>Xét hàm số <math>f(x) = \frac{2x^3 + 6x^2 + x + 1}{(1+x)^3} \Rightarrow f'(x) = \frac{10x - 2}{(1+x)^4} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}</math></p> <p>BBT:</p> <table><tr><td>x</td><td>0</td><td><math>\frac{1}{5}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>f'(x)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>1</td><td><math>\frac{91}{108}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> <p>Từ bảng biến thiên ta có: <math>P \geq f(x) \geq f(\frac{1}{5}) = \frac{91}{108}</math>.</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng <math>\frac{91}{108}</math>. Dấu bằng xảy ra khi <math>\begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ y = z = 5 \end{cases}</math></p> | x                | 0         | $\frac{1}{5}$ | $+\infty$ | f'(x) | - | 0 | + | f(x) | 1 | $\frac{91}{108}$ | $+\infty$ | 0,5 |
| x     | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $\frac{1}{5}$    | $+\infty$ |               |           |       |   |   |   |      |   |                  |           |     |
| f'(x) | -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0                | +         |               |           |       |   |   |   |      |   |                  |           |     |
| f(x)  | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $\frac{91}{108}$ | $+\infty$ |               |           |       |   |   |   |      |   |                  |           |     |

----- Hết -----