

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG	KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC: 2016 - 2017 Môn thi: Toán Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề (Đề thi gồm 01 trang)
----------------------------------	---

Câu 1 (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $(x + 3)^2 = 16$

b)
$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{3} - 1 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức : $A = \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right)$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$

b) Tìm m để phương trình: $x^2 - 5x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2 = 1$

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Tìm a và b biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm A(-1; 5) và song song với đường thẳng $y = 3x + 1$

b) Một đội xe phải chuyên chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội xe đó được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu xe? Biết rằng số hàng trở trên tất cả các xe có khối lượng bằng nhau.

Câu 4 (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi C là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OB (C khác O và B). Vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại điểm C, cắt nửa đường tròn (O) tại điểm M. Trên cung nhỏ MB lấy điểm N bất kỳ (N khác M và B), tia AN cắt đường thẳng d tại điểm F, tia BN cắt đường thẳng d tại điểm E. Đường thẳng AE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm D (D khác A)

a) Chứng minh: $AD \cdot AE = AC \cdot AB$.

b) Chứng minh: Ba điểm B, F, D thẳng hàng và F là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CDN.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Chứng minh rằng điểm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm N di chuyển trên cung nhỏ MB.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn: $abc = 1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{ab}{a^5 + b^5 + ab} + \frac{bc}{b^5 + c^5 + bc} + \frac{ca}{c^5 + a^5 + ca}$

Đáp án Đề thi tuyển sinh vào lớp 10

Câu 1 (2,0 điểm)

a) $(x + 2)^2 = 16$

$\Leftrightarrow (x + 3)^2 = 4^2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 4 \\ x + 3 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -7 \end{cases}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 1$; $x = -7$

b) $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{3} - 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x = 4y - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 4y = 12 \\ 3x - 4y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 0 \\ 3x = 4y - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(0; 3)$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) $A = \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right); x \geq 0; x \neq 1$

$= \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{(\sqrt{x})^3 - 1} - \frac{\sqrt{x} + x + 1}{(\sqrt{x})^3 - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + x + 1 - (\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} + x + 1}$

$= \frac{2\sqrt{x} + x - (\sqrt{x} + x + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + x + 1)} \cdot \frac{\sqrt{x} + x + 1}{x + \sqrt{x} + 1 - \sqrt{x} - 2}$

$= \frac{2\sqrt{x} + x - \sqrt{x} - x - 1}{(\sqrt{x} - 1)(x - 1)}$

$= \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(x - 1)}$

$= \frac{1}{x - 1}$

b) $x^2 - 5x + m - 3 = 0 \quad (1)$

Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1 ; x_2

$$\Leftrightarrow \Delta > 0$$

$$\Leftrightarrow (-5)^2 - 4(m-3) > 0$$

$$\Leftrightarrow 25 - 4m + 12 > 0$$

$$\Leftrightarrow 37 - 4m > 0$$

$$\Leftrightarrow m < \frac{37}{4}$$

Với $m < \frac{37}{4}$. Áp dụng định lý vi-et cho phương trình (1) ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x_1^2 - 2x_1 \cdot x_2 + 3x_2 = 1 \quad (*)$$

Thay $x_1 = 5 - x_2$ vào (*) ta được

$$(5 - x_2)^2 - 2(5 - x_2) \cdot x_2 + 3x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 3x_2^2 - 17x_2 + 24 = 0$$

$$\Delta = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{17+1}{6} = 3 \\ x_2 = \frac{17-1}{6} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } x_2 = 3 \Rightarrow x_1 = 5 - 3 = 2$$

$$\text{Thay vào } x_1 \cdot x_2 = m - 3 \Rightarrow 2 \cdot 3 = m - 3 \Rightarrow m = 9 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$+ \text{ Với } x_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow x_1 = 5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\text{Thay vào } x_1 \cdot x_2 = m - 3 \Rightarrow \frac{8}{3} \cdot \frac{7}{3} = m - 3 \Rightarrow m = \frac{83}{9} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } m = 9 \text{ hoặc } m = \frac{83}{9}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên ta có $a = 3$ và $b \neq 1$

Do điểm $A(-1;5)$ thuộc đồ thị hàm số $y = ax + b$ nên ta có:

$$5 = a \cdot (-1) + b$$

$$\Leftrightarrow 5 = 3 \cdot (-1) + b$$

$$\Leftrightarrow b = 8 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle ACE \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow AD.AE = AC.AB$$

b) + Có $AN \perp EB$, $EC \perp AB$, EC giao AN tại F nên F là trực tâm của tam giác AEB

$$\Rightarrow BF \perp EA$$

Mà $BD \perp EA \Rightarrow B, D, F$ thẳng hàng

+ Tứ giác $ADFC$ có hai góc đối bằng 90° nên là tứ giác nội tiếp, suy ra $\widehat{DCF} = \widehat{DAF}$

Tương tự ta có: $\widehat{NCF} = \widehat{NBF}$

Mà $\widehat{DAF} = \widehat{NBF}$ (cùng phụ với góc $\widehat{AEB}$) $\Rightarrow \widehat{DCF} = \widehat{NCF}$

Suy ra CF là phân giác của góc DCN

Tương tự ta cũng có DF là phân giác của góc NDC

Vậy F là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DCN

c) Gọi J là giao của (I) với đoạn AB .

$$\text{Có } \widehat{FAC} = \widehat{CEB} (= 90^\circ - \widehat{ABE}) \Rightarrow \triangle FAC \sim \triangle BEC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{AC}{EC} \Rightarrow CF.CE = BC.AC$$

Vì $AEFJ$ là tứ giác nội tiếp nên

$$\widehat{FJC} = \widehat{FEA} (= 180^\circ - \widehat{AJF}) \Rightarrow \triangle CFJ \sim \triangle CAE \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{CF}{CA} = \frac{CJ}{CE} \Rightarrow CF.CE = CA.CJ$$

Suy ra $BC.AC = CA.CJ \Rightarrow BC = CJ \Rightarrow C$ là trung điểm BJ (vì $J \neq B$)

Suy ra J là điểm cố định

Có $IA = IJ$ nên I luôn thuộc đường trung trực của AJ , là đường cố định.

Câu 5

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 5 số dương, ta có:

$$a^5 + a^5 + a^5 + b^5 + b^5 \geq 5\sqrt[5]{a^5.a^5.a^5.b^5.b^5} = 5a^3b^2$$

$$\Rightarrow 3a^5 + 2b^5 \geq 5a^3b^2$$

Tương tự ta có: $2a^5 + 3b^5 \geq 5a^2b^3$

$$\Rightarrow 5a^5 + 5b^5 \geq 5(a^3b^2 + a^2b^3) \Rightarrow a^5 + b^5 \geq a^2b^2(a+b)$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{a^5 + b^5 + ab} \leq \frac{ab}{a^2b^2(a+b) + ab} = \frac{1}{ab(a+b) + 1} = \frac{c}{abc(a+b) + c} = \frac{c}{a+b+c}$$

Ta có 2 bất đẳng thức tương tự, cộng lại ta có:

$$P \leq \frac{c}{a+b+c} + \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} = 1$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$

Vậy GTLN của P là 1