

Câu I (3,0 điểm).

1) Tìm các giới hạn sau:

$$A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 2x^2 + 1)$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 3}{x - 1}$$

2) Cho hàm số: $y = 2\cos x - \cos 2x$. Giải phương trình: $y' = 0$

Câu II (3,0 điểm).

1) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Hãy thực hiện các yêu cầu sau:

Tìm tập xác định

Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$

Tìm x sao cho $y' = 0$

Tìm x sao cho $y' > 0$ và tìm x sao cho $y' < 0$

2) Tìm m để phương trình: $x^3 - 3x^2 + 2 = mx - 2m - 2$ có 3 nghiệm phân biệt sao cho tổng các bình phương các nghiệm đó bằng 2016.

Câu III (2,0 điểm).

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 3a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD.

1) Chứng minh AM vuông góc với SC

2) Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại I. Tính tỉ số $\frac{SI}{SC}$

Câu IV (2,0 điểm).

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có A(0;2). Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên AC. Trên tia đối của HB lấy điểm E sao cho $BE = BD$. Biết

phương trình đường thẳng DE: $x - y = 0$. Gọi A' đối xứng với A qua DE. Tìm tọa độ điểm A' và tọa độ điểm D.

2) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 7x^3 + y^3 + 3xy(x - y) - 12x^2 + 6x = 1 \\ \sqrt[3]{4x + y + 1} + \sqrt{3x + 2y} = 4 \end{cases}$$

===== Hết =====

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I	1. (1,5 điểm) $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+3) = 5$	0,5
	$B = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \left(1 - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^4}\right) = +\infty$	0,5
	$C = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+3}{x-1} = +\infty$	0,5
	2. (1,5 điểm) TXĐ: $\mathbb{R}$ $y' = -2\sin x + 2\sin 2x$ $y' = 0 \Leftrightarrow 2\sin x(2\cos x - 1) = 0$ $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$	0,5 0,5 0,5
Câu II	1. (2,0 điểm). Tập xác định $D = \mathbb{R}$	0,25
	Giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$	0,25
	$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$	0,5
	$y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ và	0,5
	$y' < 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$	0,5
	2. (1,0 điểm). $\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - x - m - 2) = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{4} < m \neq 0$	0,25 0,25

	Tổng các bình phương hoành độ bằng 2016 $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2016 \Leftrightarrow m = \frac{2007}{2}$	0,5
Câu III	1. (1,0 điểm). Chứng minh AM vuông góc với SC	
	$AM \perp SB$	0.25
	$BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$	0.25
	$\Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$	0.5
	2. (1,0 điểm).	
	- Chứng minh được $SC \perp (AMN) \Rightarrow SC \perp AI$	0.5
	- Từ O là tâm hình vuông ABCD kẻ song song với AI cắt SC tại J	0.25
	- Áp dụng định lý ta lét $\Rightarrow CJ = JI$	
Câu IV	$\Rightarrow SI = IJ \Rightarrow \frac{SI}{SC} = \frac{1}{3}$	0.25
	- Áp dụng định lý ta lét	
Câu IV	Câu IV.1 (1,0 đ). Tìm tọa độ A' và D....	
	AA': $x + y - 2 = 0$	
	$I = AA' \cap DE \Leftrightarrow I(1;1)$	0,25
	I là trung điểm của AA', $A'(2;0)$	0,25
	Gọi M là đỉnh thứ tư của hình vuông BCAM	
	Ta có $BE = BD = BM$ hay B là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MDE	
	Lại có BE vuông góc với BM.	
	Vậy góc MDE bằng 135°	
	Suy ra DE là đường phân giác góc ADA'. Hay A' thuộc DC	0,25
	$\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DA'} = 0 \Leftrightarrow D(0;0) \& D(2;2)$	0,25
	Câu IV.2 (1,0 đ). 2) Giải hệ phương trình sau:	
	$\begin{cases} 7x^3 + y^3 + 3xy(x - y) - 12x^2 + 6x = 1 \\ \sqrt[3]{4x + y + 1} + \sqrt{3x + 2y} = 4 \end{cases}$	

	Giải: ĐK $3x + 2y \geq 0$ $7x^3 + y^3 + 3xy(x - y) - 12x^2 + 6x = 1$ (1) $\Leftrightarrow 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ Cách 1: $\Leftrightarrow (2x - 1)^3 = (x - y)^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = x - y \Leftrightarrow y = 1 - x$ Cách 2: $7x^3 + 3x^2(y - 4) + 3x(2 - y^2) + y^3 - 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x - (1 - y))(7x^2 - (8 + 4y)x + y^2 + y + 1) = 0 \Leftrightarrow y = 1 - x$	0,5
	Với $y = 1 - x$ thay vào (4) ta được : $\sqrt[3]{3x + 2} + \sqrt{x + 2} = 4$ Đặt $a = \sqrt[3]{3x + 2}, b = \sqrt{x + 2} \quad (b \geq 0)$. Ta có hệ pt $\begin{cases} a + b = 4 \\ a^3 = 3b^2 - 4 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{3x + 2} = 2 \\ \sqrt{x + 2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \Leftrightarrow y = -1$	0,25

Ghi chú mọi cách làm khác đáp án nếu đúng đều cho điểm tối đa phân tương ứng.

===== **Hết** =====