

Giải bài tập trang 36, 37 SGK Giải tích 11: Một số phương trình lượng giác thường gặp**Bài 2:** (Trang 36 SGK Giải tích lớp 11)

Giải các phương trình sau:

a) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$; b) $2\sin 2x + \sqrt{2}\sin 4x = 0$.

Đáp án và hướng dẫn giải bài 2:

a) Đặt $t = \cos x$, $t \in [-1; 1]$ ta được phương trình $2t^2 - 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow t \in \{1; 1/2\}$.

Nghiệm của phương trình đã cho là các nghiệm của hai phương trình sau:

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \text{ và } \cos x = 1/2 \Leftrightarrow x = \pm\pi/3 + k2\pi.$$

Đáp số: $x = k2\pi$; $x = \pm\pi/3 + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

b) Ta có $\sin 4x = 2\sin 2x \cos 2x$ (công thức nhân đôi), do đó phương trình đã cho tương đương với

$$2\sin 2x(1 + \sqrt{2}\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \sin 2x = 0 \\ \cos 2x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x = k\pi \\ 2x = \pm\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \pm\frac{3\pi}{8} + k\pi \end{bmatrix}, k \in \mathbb{Z}.$$

Bài 3: (Trang 37 SGK Giải tích lớp 11)

Giải các phương trình sau:

a) $\sin^2(x/2) - 2\cos(x/2) + 2 = 0$; b) $8\cos^2 x + 2\sin x - 7 = 0$;

c) $2\tan^2 x + 3\tan x + 1 = 0$; d) $\tan x - 2\cot x + 1 = 0$.

Đáp án và hướng dẫn giải bài 3:a) Đặt $t = \cos(x/2)$, $t \in [-1; 1]$ thì phương trình trở thành

$$(1 - t^2) - 2t + 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 1 \\ t = -3(\text{loại}). \end{bmatrix}$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\cos(x/2) = 1 \Leftrightarrow x/2 = k2\pi \Leftrightarrow x = 4k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

b) Đặt $t = \sin x$, $t \in [-1; 1]$ thì phương trình trở thành

$$8(1 - t^2) + 2t - 7 = 0 \Leftrightarrow 8t^2 - 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow t \in \{1/2; -1/4\}.$$

Các nghiệm của phương trình đã cho là nghiệm của hai phương trình sau:

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$\text{và } \sin x = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin \frac{-1}{4} + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin \frac{-1}{4} + k2\pi \end{cases}$$

Đáp số: $x = \pi/6 + k2\pi$; $x = 5\pi/6 + k2\pi$;

$x = \arcsin(-1/4) + k2\pi$; $x = \pi - \arcsin(-1/4) + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

c) Đặt $t = \tan x$ thì phương trình trở thành $2t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow t \in \{-1; -1/2\}$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} \tan x = -1 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-\frac{1}{2}) + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

d) Đặt $t = \tan x$ thì phương trình trở thành

$$t - 2/t + 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t \in \{1; -2\}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-2) + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Bài 4: (Trang 37 SGK Giải tích lớp 11)

Giải các phương trình sau:

a) $2\sin^2 x + \sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$

b) $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2$

c) $3\sin^2 x - \sin 2x + 2\cos^2 x = 1/2$

d) $2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\sin 2x - 4\sin^2 x = -4$

Đáp án và hướng dẫn giải bài 4:

a) Dễ thấy $\cos x = 0$ không thỏa mãn phương trình đã cho nên chia phương trình cho $\cos^2 x$ ta được phương trình tương đương $2\tan^2 x + \tan x - 3 = 0$.

Đặt $t = \tan x$ thì phương trình này trở thành

$$2t^2 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow t \in \{1; -3/2\}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-1,5) + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

b) Thay $2 = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$, phương trình đã cho trở thành

$$3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 x - 4\tan x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \tan x = 1 \\ \tan x = 3 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow x = \pi/4 + k\pi; x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

c) Thay $\sin 2x = 2\sin x \cos x$;

$1/2 = 1/2(\sin^2 x + \cos^2 x)$ vào phương trình đã cho và rút gọn ta được phương trình tương đương

$$1/2\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 5/2\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \tan^2 x + 4\tan x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \tan x = 1 \\ \tan x = -5 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow x = \pi/4 + k\pi; x = \arctan(-5) + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

d) $2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\sin 2x - 4\sin^2 x = -4$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\sin 2x + 4 - 4\sin^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow 6\cos^2 x - 6\sqrt{3}\sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(\cos x - \sqrt{3}\sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \cos x = 0 \\ \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{bmatrix}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Bài 5: (Trang 37 SGK Giải tích lớp 11)

Giải các phương trình sau:

a) $\cos x - \sqrt{3}\sin x = \sqrt{2}$

b) $3\sin 3x - 4\cos 3x = 5$

c) $2\sin 2x + 2\cos 2x - \sqrt{2} = 0$

d) $5\cos 2x + 12\sin 2x - 13 = 0$

Đáp án và hướng dẫn giải bài 5:

a) $\cos x - \sqrt{3}\sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos x - \tan \pi/3 \sin x = \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \cos \pi/3 \cos x - \sin \pi/3 \sin x = \sqrt{2} \cos \pi/3$$

$$\Leftrightarrow \cos(x + \pi/3) = \sqrt{2}/2$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{bmatrix}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$b) 3\sin 3x - 4\cos 3x = 5 \Leftrightarrow 3/5\sin 3x - 4/5\cos 3x = 1.$$

Đặt $\alpha = \arccos 4/5$ thì phương trình trở thành

$$\cos \alpha \sin 3x - \sin \alpha \cos 3x = 1 \Leftrightarrow \sin(3x - \alpha) = 1 \Leftrightarrow 3x - \alpha = \pi/2 + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \pi/6 + \alpha/3 + k(2\pi/3), k \in \mathbb{Z} \text{ (trong đó } \alpha = \arccos 4/5).$$

$$c) \text{ Ta có } \sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos(x - \pi/4) \text{ nên phương trình tương đương với } 2\sqrt{2}\cos(x - \pi/4) - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos(x - \pi/4) = 1/2$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{bmatrix}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$d) 5\cos 2x + 12\sin 2x - 13 = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{13}\cos 2x + \frac{12}{13}\sin 2x = 1.$$

Đặt $\alpha = \arccos 5/13$ thì phương trình trở thành

$$\cos \alpha \cos 2x + \sin \alpha \sin 2x = 1 \Leftrightarrow \cos(2x - \alpha) = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \alpha/2 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ (trong đó } \alpha = \arccos 5/13).$$

Bài 6: (Trang 37 SGK Giải tích lớp 11)

$$a. \tan(2x + 1) \tan(3x - 1) = 1$$

$$b. \tan x + \tan(x + \pi/4) = 1$$

Đáp án và hướng dẫn giải bài 6:

$$a. \tan(2x + 1) \cdot \tan(3x - 1) = 1$$

$$\Leftrightarrow \tan(2x + 1) = \frac{1}{\tan(3x - 1)} = \cot(3x - 1)$$

$$(\text{Vì } \tan(3x - 1) \cdot \cot(3x - 1) = 1)$$

$$\Leftrightarrow \tan(2x + 1) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 3x + 1\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = \frac{\pi}{2} - 3x + 1 + k\pi \quad \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &= 1 \Leftrightarrow \tan x + \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = 1 \\ &\Leftrightarrow \tan x + \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} = 1 \quad (\text{Điều kiện: } \tan x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi) \\ &\Leftrightarrow \tan x(1 - \tan x) + \tan x + 1 = 1 - \tan x \Leftrightarrow \tan x - \tan^2 x + 2\tan x = 0 \\ &\Leftrightarrow \tan^2 x - 3\tan x = 0 \qquad \qquad \qquad \Leftrightarrow \tan x(\tan x - 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 0 \\ \tan x = 3 \end{cases} \qquad \qquad \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Mời bạn đọc cùng tham khảo <https://vndoc.com/tai-lieu-hoc-tap-lop-11>

