

Giải bài 1, 2, 3, 4, 5, 6 trang 79 SGK Đại số 10: Bất đẳng thức**Bài 1 trang 79 SGK Đại số lớp 10**

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị của x ?

- a) $8x > 4x$; b) $4x > 8x$;
c) $8x^2 > 4x^2$; d) $8 + x > 4 + x$.

Đáp án và hướng dẫn giải bài 1:

- a) Nếu $x < 0$ thì a) sai;
b) Nếu $x > 0$ thì b) sai;
c) Nếu $x = 0$ thì c) sai;
d) Đúng với mọi giá trị của x .
-

Bài 2 trang 79 SGK Đại số lớp 10

Cho số $x > 5$, số nào trong các số sau đây là nhỏ nhất?

$$A = \frac{5}{x}; \quad B = \frac{5}{x} + 1; \quad C = \frac{5}{x} - 1; \quad D = \frac{x}{5}.$$

Đáp án và hướng dẫn giải bài 2:

Với $x > 5$ thì

$$0 < \frac{5}{x} < 1 \text{ suy ra } \frac{5}{x} - 1 < 0 \text{ trong khi } \frac{5}{x} > 0, \frac{5}{x} + 1 > 0, \frac{x}{5} > 0, \frac{x}{5} + 1 > 0.$$

Vậy với cùng số $x > 5$ thì biểu thức

$$C = \frac{5}{x} - 1; \text{ có giá trị nhỏ nhất.}$$

Bài 3 trang 79 SGK Đại số lớp 10

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

- a) Chứng minh $(b - c)^2 < a^2$;
b) Từ đó suy ra $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$.

Đáp án và hướng dẫn giải bài 3:

a) Ta biết trong một tam giác thì một cạnh luôn nhỏ hơn tổng hai cạnh kia.

$$a + b > c \Rightarrow a + b - c > 0$$

$$a + c > b \Rightarrow a + c - b > 0$$

$$\Rightarrow [a + (b + c)](a - (b - c)) > 0$$

$$\Rightarrow a^2 - (b - c)^2 > 0 \Rightarrow a^2 > (b - c)^2.$$

b) Từ kết quả câu a), ta có:

$$a^2 + b^2 + c^2 > (b - c)^2 + (a - c)^2 + (a - b)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 > b^2 + c^2 - 2bc + a^2 + c^2 - 2ac + a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\Leftrightarrow 2(ab + bc + ac) > a^2 + b^2 + c^2.$$

Bài 4 trang 79 SGK Đại số lớp 10

Chứng minh rằng:

$$x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2, \forall x \geq 0, \forall y \geq 0.$$

Đáp án và hướng dẫn giải bài 4:

$$\text{Ta có: } (x - y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - xy \geq xy$$

$$\text{Do } x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow x + y \geq 0,$$

$$\text{Ta có } (x + y)(x^2 + y^2 - xy) \geq (x + y)xy \Leftrightarrow x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2.$$

Bài 5 trang 79 SGK Đại số lớp 10

Chứng minh rằng

$$x^4 - \sqrt{x^5} + x - \sqrt{x} + 1 > 0, \forall x \geq 0.$$

Đáp án và hướng dẫn giải bài 5:

$$\text{Đặt } \sqrt{x} = t, x \geq 0 \Rightarrow t \geq 0.$$

$$\text{Vế trái trở thành: } t^8 - t^5 + t^2 - t + 1 = f(t)$$

$$\text{Nếu } t = 0, t = 1, f(t) = 1 > 0$$

$$\text{Với } 0 < t < 1, f(t) = t^8 + (t^2 - t^5) + 1 - t$$

$$t^8 > 0, 1 - t > 0, t^2 - t^5 = t^3(1 - t) > 0. \text{ Suy ra } f(t) > 0.$$

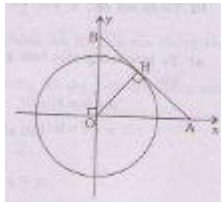
$$\text{Với } t > 1 \text{ thì } f(t) = t^5(t^3 - 1) + t(t - 1) + 1 > 0$$

Vậy $f(t) > 0 \quad \forall t \geq 0$. Suy ra: $x^4 - \sqrt{x^5} + x - \sqrt{x} + 1 > 0, \quad \forall x \geq 0$.

Bài 6 trang 79 SGK Đại số lớp 10

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, trên các tia Ox, Oy lần lượt lấy các điểm A và B thay đổi sao cho đường thẳng AB luôn tiếp xúc với đường tròn tâm O bán kính 1. Xác định tọa độ của A và B để đoạn AB có độ dài nhỏ nhất.

Đáp án và hướng dẫn giải bài 6:



Ta có: $2S_{OAB} = AB.OH = AB$ (vì $OH = 1$).

Vậy diện tích ΔOAB nhỏ nhất khi AB có độ dài ngắn nhất.

Vì $AB = AH + HB$ mà $AH.HB = OH^2 = 1$ nên AB có giá trị nhỏ nhất khi $AH = HB$ tức ΔOAB vuông cân: $OA = OB$ và

$$AB = 2AH = 2OH = 2.$$

$$AB^2 = 4 = 2OA^2 = 2OH^2 = OA^2 + OB^2 = OA^2 + OB^2 = 2.$$

Khi đó tọa độ của A, B là $A(\sqrt{2}; 0)$ và $B(0; \sqrt{2})$.