

Giải bài 1, 2, 3, 4, 5 trang 87, 88 SGK Đại số 10: Bất phương trình và hệ bất phương trình một ẩn

Bài 1 trang 87 SGK Đại số lớp 10

Tìm các giá trị x thỏa mãn điều kiện của mỗi bất phương trình sau:

a) $\frac{1}{x} < 1 - \frac{1}{x+1}$;

b) $\frac{1}{x^2 - 4} \leq \frac{2x}{x^2 - 4x + 3}$;

c) $2|x| - 1 + \sqrt[3]{x-1} < \frac{2x}{x+1}$;

d) $2\sqrt{1-x} > 3x + \frac{1}{x+4}$.

Đáp án và hướng dẫn giải bài 1:

a) ĐKXĐ: $D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \text{ và } x + 1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$.

b) ĐKXĐ: $D = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \neq 0 \text{ và } x^2 - 4x + 3 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2; 1; 3\}$.

c) ĐKXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

d) ĐKXĐ: $D = \{x \in \mathbb{R} / x + 4 \neq 0 \text{ và } 1 - x \geq 0\} = (-\infty; -4) \cup (-4; 1]$.

Bài 2 trang 88 SGK Đại số lớp 10

Chứng minh các bất phương trình sau vô nghiệm.

a) $x^2 + \sqrt{x+8} \leq -3$;

b) $\sqrt{1+2(x-3)^2} + \sqrt{5-4x+x^2} < \frac{3}{2}$;

c) $\sqrt{1+x^2} - \sqrt{7+x^2} > 1$.

Đáp án và hướng dẫn giải bài 2:

a) Gọi D là điều kiện xác định của biểu thức vế trái $D = [-8; +\infty]$. Vế trái dương với mọi $x \in D$ trong khi vế phải là số âm. Mệnh đề sai với mọi $x \in D$. Vậy bất phương trình vô nghiệm.

b) Vế trái có

$$\begin{aligned}\sqrt{1+2(x-3)^2} &\geq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}, \\ \sqrt{5-4x+x^2} &= \sqrt{1+(x-2)^2} \geq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \Rightarrow \sqrt{1+2(x-3)^2} + \sqrt{5-4x+x^2} &\geq 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

Mệnh đề sai $\forall x \in \mathbb{R}$. Bất phương trình vô nghiệm.

c) ĐKXĐ: $D = [-1; 1]$. Vế trái âm với mọi $x \in D$ trong khi vế phải dương.

Bài 3 trang 88 SGK Đại số lớp 10

Giải thích vì sao các cặp bất phương trình sau tương đương?

a) $-4x + 1 > 0$ và $4x - 1 < 0$;

b) $2x^2 + 5 \leq 2x - 1$ và $2x^2 - 2x + 6 \leq 0$;

c) $x + 1 > 0$ và $x + 1 + \frac{1}{x^2 + 1} > \frac{1}{x^2 + 1}$;

d) $\sqrt{x-1} \geq x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1} \geq x(2x+1)$.

Đáp án và hướng dẫn giải bài 3:

a) Tương đương. vì nhân hai vế bất phương trình thứ nhất với -1 và đổi chiều bất phương trình thì được bất phương trình thứ 2.

b) Chuyển vế các hạng tử về phải và đổi dấu ở bất phương trình thứ nhất thì được bất phương trình thứ tương đương.

c) Tương đương. Vì cộng hai vế bất phương trình thứ nhất với $\frac{1}{x^2 + 1} > 0$ với mọi x ta được bất phương trình thứ 3.

d) Điều kiện xác định bất phương trình thứ nhất: $D = \{x \geq 1\}$.

$2x + 1 > 0 \quad \forall x \in D$. Nhân hai vế bất phương trình thứ hai. Vậy bất phương trình tương đương.

Bài 4 trang 88 SGK Đại số lớp 10

Giải các phương trình sau

$$a) \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} < \frac{1-2x}{4};$$

$$b) (2x-1)(x+3) - 3x+1 \leq (x-1)(x+3) + x^2 - 5.$$

Đáp án và hướng dẫn giải bài 4:

$$a) \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{1-2x}{4} < 0$$

$$\Leftrightarrow 12 \left[\frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{1-2x}{4} \right] < 0$$

$$\Leftrightarrow 6(3x+1) - 4(x-2) - 3(1-2x) < 0$$

$$\Leftrightarrow 20x + 11 < 0$$

$$\Leftrightarrow 20x < -11$$

$$\Leftrightarrow x < -\frac{11}{20}.$$

$$b) (2x-1)(x+3) - 3x+1 \leq (x-1)(x+3) + x^2 - 5.$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 5x - 3 - 3x + 1 \leq x^2 + 2x - 3 + x^2 - 5$$

$$\Leftrightarrow 0x \leq -6.$$

Vô nghiệm.

Bài 5 trang 88 SGK Đại số lớp 10

Giải các hệ bất phương trình

$$a) \begin{cases} 6x + \frac{5}{7} < 4x + 7 \\ \frac{8x+3}{2} < 2x + 5; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 15x - 2 > 2x + 1 \\ 2(x-4) < \frac{3x-14}{2}. \end{cases}$$

Đáp án và hướng dẫn giải bài 5:

$$a) 6x + \frac{5}{7} < 4x + 7 \Leftrightarrow 6x - 4x < 7 - \frac{5}{7}$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{22}{7}$$

$$(8x + 3)/2 < 2x + 5 \Leftrightarrow 4x - 2x < 5 - 3/2$$

$$\Leftrightarrow x < 7/4$$

Tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$Y = \left(-\infty; \frac{22}{7}\right) \cap \left(-\infty; \frac{7}{4}\right) = \left(-\infty; \frac{7}{4}\right).$$

$$b) 5x - 2 > 2x + 1/3$$

$$\Leftrightarrow x > 7/39$$

$$2(x - 4) < \frac{3x - 14}{2} \Leftrightarrow x < 2$$

$$\text{Tập nghiệm } S = \left(\frac{7}{39}; +\infty\right) \cap (-\infty; 2) = \left(\frac{7}{39}; 2\right).$$
