

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

HỌ NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ

1. Định nghĩa

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

Nhận xét. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(x) + C$, $C \in \mathbb{R}$ cũng là nguyên hàm của $f(x)$.

Ký hiệu: $\int f(x) dx = F(x) + C$.

2. Tính chất

- $\int f(x) dx' = f(x)$.
- $\int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx$ $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$.
- $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$.

3. Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

Bảng nguyên hàm	
$\int k dx = kx + C$, k là hằng số	
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ $\alpha \neq -1$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{mx+n} dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \ln a} + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$

Câu 1. Hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K nếu:

- A. $f(x)$ xác định trên K . B. $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên K .
 C. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên K . D. $f(x)$ liên tục trên K .

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $a;b$ và C là hằng số thì $\int f(x) dx = F(x) + C$.
 B. Mọi hàm số liên tục trên $a;b$ đều có nguyên hàm trên $a;b$.
 C. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $a;b \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$, $\forall x \in a;b$.
 D. $\int f(x) dx' = f(x)$.

Câu 3. Xét hai khẳng định sau:

- (I) Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $a;b$ đều có đạo hàm trên đoạn đó.
 (II) Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $a;b$ đều có nguyên hàm trên đoạn đó.



Trong hai khẳng định trên:

A. Chỉ có (I) đúng.

B. Chỉ có (II) đúng.

C. Cả hai đều đúng.

D. Cả hai đều sai.

Câu 4. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $a; b$ nếu:

A. Với mọi $x \in a; b$, ta có $F'(x) = f(x)$.

B. Với mọi $x \in a; b$, ta có $f'(x) = F(x)$.

C. Với mọi $x \in a; b$, ta có $F'(x) = f(x)$.

D. Với mọi $x \in a; b$, ta có $F'(x) = f(x)$, ngoài ra $F'(a^+) = f(a)$ và $F'(b^-) = f(b)$.

Câu 5. Trong các câu sau đây, nói về nguyên hàm của một hàm số f xác định trên khoảng D , câu nào là sai?

(I) F là nguyên hàm của f trên D nếu và chỉ nếu $\forall x \in D: F'(x) = f(x)$.

(II) Nếu f liên tục trên D thì f có nguyên hàm trên D .

(III) Hai nguyên hàm trên D của cùng một hàm số thì sai khác nhau một hằng số.

A. Không có câu nào sai.

B. Câu (I) sai.

C. Câu (II) sai.

D. Câu (III) sai.

Câu 6. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $a; b$. Giả sử $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $a; b$. Khi đó:

A. $F(x) = G(x)$ trên khoảng $a; b$.

B. $G(x) = F(x) - C$ trên khoảng $a; b$, với C là hằng số.

C. $F(x) = G(x) + C$ với mọi x thuộc giao của hai miền xác định, C là hằng số.

D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 7. Xét hai câu sau:

(I) $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx = F(x) + G(x) + C$,

trong đó $F(x)$ và $G(x)$ tương ứng là nguyên hàm của $f(x)$, $g(x)$.

(II) Mỗi nguyên hàm của $a \cdot f(x)$ là tích của a với một nguyên hàm của $f(x)$.

Trong hai câu trên:

A. Chỉ có (I) đúng.

B. Chỉ có (II) đúng.

C. Cả hai câu đều đúng.

D. Cả hai câu đều sai.

Câu 8. Các khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\int f(x) dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(t) dt = F(t) + C$.

B. $\left[\int f(x) dx \right]' = f(x)$.

C. $\int f(x) dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(u) dx = F(u) + C$.

D. $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$ (k là hằng số).

Câu 9. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x$.

B. $F(x) = x$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2\sqrt{x}$.

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) - G(x) = C$ (hằng số).

D. $\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx$.

Câu 10. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì mọi nguyên hàm của $f(x)$ đều có dạng $F(x) + C$ (C là hằng số).

B. $\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \log|u(x)| + C$.

C. $F(x) = 1 + \tan x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 x$.

D. $F(x) = 5 - \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$.

Câu 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?



A. $\int 0 dx = C$ (C là hằng số). B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số).

C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số). D. $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

Câu 12. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$. B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$. C. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$. D.

$\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.

Câu 13. Hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ có nguyên hàm trên:

A. $0; \pi$. B. $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. C. $\pi; 2\pi$. D. $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 14. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$

A. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$. B. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$ D. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Câu 15. Một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{x-1^3}{2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

A. $F(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} + \ln|x| + \frac{1}{2x}$. B. $F(x) = \frac{3x-1^4}{4x^3}$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2x^3}$. D. Một kết quả khác.

Câu 16. Tính $\int e^x \cdot e^{x+1} dx$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $e^x \cdot e^{x+1} + C$. B. $\frac{1}{2} e^{2x+1} + C$. C. $2e^{2x+1} + C$. D. Một kết quả khác.

Câu 17. Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - 3^4$?

A. $F(x) = \frac{x-3^5}{5} + x$. B. $F(x) = \frac{x-3^5}{5}$.

C. $F(x) = \frac{x-3^5}{5} + 2017$. D. $F(x) = \frac{x-3^5}{5} - 1$.

Câu 18. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

Câu 19. Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x) = e^{x^3}$. B. $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$. C. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$. D. $f(x) = x^3 \cdot e^{x^3-1}$.

Câu 20. Cho $I = \int 2^{\sqrt{x}} \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} dx$. Khi đó kết quả nào sau đây là sai?

A. $I = 2^{\sqrt{x}} + C$. B. $I = 2^{\sqrt{x}+1} + C$. C. $I = 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 1 + C$. D. $I = 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 1 + C$.

Câu 21. Cho $I = \int 2^{\frac{1}{2x}} \cdot \frac{\ln 2}{x^2} dx$. Khi đó kết quả nào sau đây là sai?



A. $I = 2\left(2^{\frac{1}{2x}} + 2\right) + C.$

B. $I = 2^{\frac{1}{2x}+1} + C.$

C. $I = 2^{\frac{1}{2x}} + C.$

D. $I = 2\left(2^{\frac{1}{2x}} - 2\right) + C.$

Câu 22. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$

B. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

C. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$

D. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$

Câu 23. Nếu $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$ thì $f(x)$ bằng:

A. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. B. $f(x) = 3x^2 + e^x$. C. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$. D. $f(x) = x^2 + e^x$.

Câu 24. Nếu $\int f(x) dx = \sin 2x \cos x$ thì $f(x)$ là:

A. $f(x) = \frac{1}{2} 3\cos 3x + \cos x$.

B. $f(x) = \frac{1}{2} \cos 3x + \cos x$.

C. $f(x) = \frac{1}{2} 3\cos 3x - \cos x$.

D. $f(x) = \frac{1}{2} \cos 3x - \cos x$.

Câu 25. Nếu $\int f(x) dx = \frac{1}{x} + \ln x + C$ thì $f(x)$ là:

A. $f(x) = \sqrt{x} + \ln x + C$.

B. $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{1}{x} + C$.

C. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \ln x + C$.

D. $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$.

Câu 26. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$.

B. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln(5x-2) + C$.

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$.

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$.

Câu 27. Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: Có một hàm số là nguyên hàm của hàm số còn lại?

A. $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \cos^2 x$. B. $f(x) = \tan^2 x$ và $g(x) = \frac{1}{\cos^2 x^2}$.

C. $f(x) = e^x$ và $g(x) = e^{-x}$.

D. $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \sin^2 x$.

Câu 28. Tìm số thực m để hàm số $F(x) = mx^3 + 3m + 2x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

A. $m = -1$.

B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Câu 29. (Sai) Cho hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^x$. Tìm a, b, c để $F(x) = ax^2 + bx + c \cdot e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

A. $a; b; c = 1; 2; 0$.

B. $a; b; c = 1; -2; 0$.

C. $a; b; c = -1; 2; 0$.

D. $a; b; c = 2; 1; 0$.

Câu 30. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

B. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$

C. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$

D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$

Câu 31. Để $F(x) = a \cos x + b \sin x \cdot e^x$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x \cos x$ thì giá trị của a, b là:

- A. $a=1, b=0$. B. $a=0, b=1$. C. $a=b=1$. D. $a=b=\frac{1}{2}$.

Câu 32. Giả sử hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c \cdot e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = x(1-x)e^{-x}$. Tính tổng $A = a + b + c$, ta được:

- A. $A = -2$. B. $A = 4$. C. $A = 1$. D. $A = 3$.

Câu 33. Cho các hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$; $F(x) = ax^2 + bx + c\sqrt{2x-3}$ với $x > \frac{3}{2}$. Để hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì giá trị của a, b, c là:

- A. $a=4, b=2, c=1$. B. $a=4, b=-2, c=-1$.
C. $a=4, b=-2, c=1$. D. $a=4, b=2, c=-1$.

Câu 34. Với giá trị nào của a, b, c, d thì $F(x) = ax + b \cdot \cos x + cx + d \cdot \sin x$ là một nguyên hàm của $f(x) = x \cos x$?

- A. $a=b=1, c=d=0$. B. $a=d=0, b=c=1$.
C. $a=1, b=2, c=-1, d=-2$. D. Kết quả khác.

Câu 35. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này bằng $\frac{\pi}{8}$ khi $x = \frac{\pi}{4}$?

- A. $F(x) = \frac{\sin^3 x}{3}$. B. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$.
C. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{1}{4}$. D. $F(x) = \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $f(1) = 1$ thì $f(5)$ có giá trị bằng:

- A. $\ln 2$. B. $\ln 3$. C. $\ln 2 + 1$. D. $\ln 3 + 1$.

Câu 37. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

- A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$ B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$
C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$ D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ và

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}.$$

- A. $m = -\frac{4}{3}$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = -\frac{3}{4}$. D. $m = \frac{4}{3}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và đồ thị $y = F(x)$ đi

qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$ thì $F(x)$ là:

- A. $F(x) = \frac{\sqrt{3}}{3} - \cot x$. B. $F(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3} + \cot x$.
C. $F(x) = -\sqrt{3} + \cot x$. D. $F(x) = \sqrt{3} - \cot x$.

Câu 40. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x - 1$. Đồ thị của hàm số $F(x)$ và $f(x)$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Tọa độ các điểm chung của hai đồ thị hàm số trên là:

- A. $0; -1$. B. $\left(\frac{5}{2}; 9\right)$. C. $0; -1$ và $\left(\frac{5}{2}; 9\right)$. D. $\left(\frac{5}{2}; 8\right)$.

TÌM HỌ NGUYÊN HÀM BẰNG PP ĐỔI BIẾN SỐ

1. Phương pháp đổi biến số



Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = F(u(x)) + C$.

Giả sử ta cần tìm họ nguyên hàm $I = \int f(x) dx$, trong đó ta có thể phân tích $f(x) = g(u(x)) \cdot u'(x)$ thì ta thực hiện phép đổi biến số $t = u(x)$, suy ra $dt = u'(x) dx$.

Khi đó ta được nguyên hàm: $\int g(t) dt = G(t) + C = G(u(x)) + C$.

Chú ý: Sau khi tìm được họ nguyên hàm theo t thì ta phải thay $t = u(x)$.

Câu 34. Câu nào sau đây **sai**?

A. Nếu $F'(t) = f(t)$ thì $F'(u(x)) = f(u(x))$.

B. $\int f(t) dt = F(t) + C \Rightarrow \int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = F(u(x)) + C$.

C. Nếu $G(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(t)$ thì $G(u(x))$ là một nguyên hàm của hàm số $g(u(x)) \cdot u'(x)$.

D. $\int f(t) dt = F(t) + C \Rightarrow \int f(u) du = F(u) + C$ với $u = u(x)$.

Câu 35. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Nếu $\int f(t) dt = F(t) + C$ thì $\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = F(u(x)) + C$.

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\int [F(x) - G(x)] dx$ có dạng $h(x) = Cx + D$ (C, D là các hằng số và $C \neq 0$).

C. $F(x) = 7 + \sin^2 x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \sin 2x$.

D. $\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \sqrt{u(x)} + C$.

Câu 41. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$.

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sqrt{2x-1} + C$. **D.** $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x-1} + C$.

Câu 42. Để tính $\int \frac{e^{\ln x}}{x} dx$ theo phương pháp đổi biến số, ta đặt:

A. $t = e^{\ln x}$. **B.** $t = \ln x$. **C.** $t = x$. **D.** $t = \frac{1}{x}$.

Câu 43. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = xe^{x^2}$.

Hàm số nào sau đây không phải là $F(x)$:

A. $F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2} + 2$. **B.** $F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2} + 5$.

C. $F(x) = -\frac{1}{2} e^{x^2} + C$. **D.** $F(x) = -\frac{1}{2} (2 - e^{x^2})$.

Câu 44. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $F(e) - F(1)$

A. $I = e$. **B.** $I = \frac{1}{e}$. **C.** $I = \frac{1}{2}$. **D.** $I = 1$.

Câu 45. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$.

Nếu $F(e^2) = 4$ thì $\int \frac{\ln x}{x} dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + C$. **B.** $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + 2$.

C. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} - 2.$

D. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + x + C.$

Câu 46. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = e^{\sin x} \cos x.$

Nếu $F(\pi) = 5$ thì $\int e^{\sin x} \cos x dx$ bằng:

A. $F(x) = e^{\sin x} + 4.$

B. $F(x) = e^{\sin x} + C.$

C. $F(x) = e^{\cos x} + 4.$

D. $F(x) = e^{\cos x} + C.$

Câu 47. $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $y = \sin^4 x \cos x.$

$F(x)$ là hàm số nào sau đây?

A. $F(x) = \frac{\cos^5 x}{5} + C.$

B. $F(x) = \frac{\cos^4 x}{4} + C.$

C. $F(x) = \frac{\sin^4 x}{4} + C.$

D. $F(x) = \frac{\sin^5 x}{5} + C.$

Câu 48. Xét các mệnh đề sau, với C là hằng số:

(I) $\int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C.$

(II) $\int e^{3 \cos x} \sin x dx = -\frac{1}{3} e^{3 \cos x} + C.$

(III) $\int \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{\sin x - \cos x}} dx = 2\sqrt{\sin x - \cos x} + C.$

Số mệnh đề đúng là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

TÌM HỌ NGUYÊN HÀM BẰNG PP TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

2. Phương pháp lấy nguyên hàm từng phần

Cho hai hàm số u và v liên tục trên đoạn $a; b$ và có đạo hàm liên tục trên đoạn $a; b$.

Khi đó: $\int u dv = uv - \int v du.$ *

Để tính nguyên hàm $\int f(x) dx$ bằng từng phần ta làm như sau:

Bước 1. Chọn u, v sao cho $f(x) dx = u dv$ (chú ý $dv = v' dx$).

Sau đó tính $v = \int dv$ và $du = u' dx$.

Bước 2. Thay vào công thức * và tính $\int v du$.

Chú ý. Cần phải lựa chọn u và dv hợp lí sao cho ta dễ dàng tìm được v và tích phân $\int v du$ để tính hơn $\int u dv$. Ta thường gặp các dạng sau

• **Dạng 1.** $I = \int P(x) \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx \end{cases}.$

• **Dạng 2.** $I = \int P(x) e^{ax+b} dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = e^{ax+b} dx \end{cases}.$

• **Dạng 3.** $I = \int P(x) \ln mx + n dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = \ln mx + n \\ dv = P(x) dx \end{cases}.$

• **Dạng 4.** $I = \int \frac{\sin x}{\cos x} e^x dx.$

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = \frac{\sin x}{\cos x} \\ dv = e^x dx \end{cases}$.

Câu 49. Để tính $\int x \ln 2 + x dx$ theo phương pháp tính nguyên hàm từng phần, ta đặt:

A. $\begin{cases} u = x \\ dv = \ln 2 + x dx \end{cases}$

B. $\begin{cases} u = \ln 2 + x \\ dv = x dx \end{cases}$

C. $\begin{cases} u = x \ln 2 + x \\ dv = dx \end{cases}$

D. $\begin{cases} u = \ln 2 + x \\ dv = dx \end{cases}$

Câu 50. Để tính $\int x^2 \cos x dx$ theo phương pháp tính nguyên hàm từng phần, ta đặt:

A. $\begin{cases} u = x \\ dv = x \cos x dx \end{cases}$

B. $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos x dx \end{cases}$

C. $\begin{cases} u = \cos x \\ dv = x^2 dx \end{cases}$

D. $\begin{cases} u = x^2 \cos x \\ dv = dx \end{cases}$

Câu 51. Kết quả của $I = \int x e^x dx$ là:

A. $I = e^x + x e^x + C.$

B. $I = \frac{x^2}{2} e^x + C.$

C. $I = x e^x - e^x + C.$

D. $I = \frac{x^2}{2} e^x + e^x + C.$

Câu 52. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $F(x) = (x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C$

B. $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2-x}{2} e^x + C$

C. $\int f'(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C$

D. $\int f'(x)e^{2x} dx = (x-2)e^x + C$

Câu 53. Hàm số $f(x) = x-1 e^x$ có một nguyên hàm $F(x)$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này bằng 1 khi $x=0$?

A. $F(x) = x-1 e^x.$

B. $F(x) = x-2 e^x.$

C. $F(x) = x+1 e^x + 1.$

D. $F(x) = x-2 e^x + 3.$

Câu 54. Một nguyên hàm của $f(x) = x \ln x$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này triệt tiêu khi $x=1$?

A. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + 1.$

B. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{4} x + 1.$

C. $F(x) = \frac{1}{2} x \ln x + \frac{1}{2} x^2 + 1.$

D. Một kết quả khác.

Câu 55. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$

A. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$

B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$

C. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$

D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$

Câu 56. Tính nguyên hàm $I = \int \frac{\ln \ln x}{x} dx$ được kết quả nào sau đây?

A. $I = \ln x \cdot \ln \ln x + C.$

B. $I = \ln x \cdot \ln \ln x + \ln x + C.$

C. $I = \ln x \cdot \ln \ln x - \ln x + C.$

D. $I = \ln \ln x + \ln x + C.$

Câu 57. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$. Tìm

nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + 2x + C$

B. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + x + C$

C. $\int f'(x)e^{2x} dx = 2x^2 - 2x + C$

D. $\int f'(x)e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C$

Câu 58. Tính nguyên hàm $I = \int \sin x \cdot e^x dx$, ta được:

A. $I = \frac{1}{2} e^x \sin x - e^x \cos x + C$.

B. $I = \frac{1}{2} e^x \sin x + e^x \cos x + C$.

C. $I = e^x \sin x + C$.

D. $I = e^x \cos x + C$.

Câu 59. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

A. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$

B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$

C. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$

D. $\int f'(x) \ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$

Câu 60. Để tìm nguyên hàm của $f(x) = \sin^4 x \cos^4 x$ thì nên:

A. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $t = \sin x$.

B. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $t = \cos x$.

C. Biến đổi lượng giác $\sin^2 x \cos^2 x = \frac{\sin^2 2x}{4} = \frac{1 - \cos 4x}{8}$ rồi tính.

D. Dùng phương pháp lấy nguyên hàm từng phần, đặt $u = \sin^4 x$, $dv = \cos^4 x dx$.

ĐỊNH NGHĨA TÍCH PHÂN

1. Định nghĩa

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên K và a, b là hai số bất kì thuộc K . Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì hiệu số

$$F(b) - F(a)$$

được gọi là tích phân của $f(x)$ từ a đến b và kí hiệu là

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

2. Tính chất

▪ Tích phân tại một giá trị xác định của biến số thì bằng 0, tức là $\int_a^a f(x) dx = 0$.

▪ Đổi cận thì đổi dấu, tức là $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

▪ Hằng số trong tích phân có thể đưa ra ngoài dấu tích phân, tức là

$$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \quad (k \text{ là hằng số}).$$

▪ Tích phân một tổng bằng tổng các tích phân, tức là

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx.$$

▪ Tách đôi tích phân, tức là $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Chú ý: Tích phân $\int_a^b f(x) dx$ chỉ phụ thuộc vào hàm f và các cận a, b mà không phụ thuộc vào biến số x , tức là $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

Câu 61. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $a; b$. Hãy chọn mệnh đề **sai** dưới đây:

- A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^b k dx = k(b-a), \forall k \in \mathbb{R}$.
- C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ với $c \in a; b$.
- D. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.

Câu 62. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b là hai điểm của K , ngoài ra k là một số thực tùy ý. Khi đó:

(I) $\int_a^a f(x) dx = 0$. (II) $\int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx$. (III) $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

Trong ba công thức trên:

- A. Chỉ có (I) sai. B. Chỉ có (II) sai.
- C. Chỉ có (I) và (II) sai. D. Cả ba đều đúng.

Câu 63. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $\int_{-1}^1 dx = 1$. B. $\int_a^b f_1(x) \cdot f_2(x) dx = \int_a^b f_1(x) dx \cdot \int_a^b f_2(x) dx$.
- C. Nếu $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $a; b$ thì $\int_a^b f(x) dx \geq 0$.
- D. Nếu $\int_0^a f(x) dx = 0$ thì $f(x)$ là hàm số lẻ.

Câu 64. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ với mọi a, b, c thuộc tập xác định của $f(x)$.
- B. Nếu $\int_a^b f(x) dx \geq 0$ thì $f(x) \geq 0, \forall x \in a; b$.
- C. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = 2\sqrt{1+x^2} + C$.
- D. Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\sqrt{F(x)}$ là nguyên hàm của hàm số $\sqrt{f(x)}$.

Câu 65. Đặt $F(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2} dt$. Đạo hàm $F'(x)$ là hàm số nào dưới đây?

- A. $F'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$. B. $F'(x) = \sqrt{1+x^2}$.
- C. $F'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$. D. $F'(x) = x^2 + 1 \sqrt{1+x^2}$.

Câu 66. Cho $F(x) = \int_1^x t^2 + t dt$. Giá trị nhỏ nhất của $F(x)$ trên đoạn $-1; 1$ là:

- A. $\frac{1}{6}$. B. 2. C. $-\frac{5}{6}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 67. Cho $F(x) = \int_0^x \frac{t-\sqrt{3}}{t^2+1} dt$. Xét các mệnh đề:



I. $F'(x) = \frac{x - \sqrt{3}}{x^2 + 1}$.

II. Hàm số $F(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{3}$.

III. Hàm số $F(x)$ đạt cực đại tại $x = \sqrt{3}$.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. I và II.

D. I và III.

Câu 68. Hãy chọn mệnh đề **sai** dưới đây:

A. $\int_0^1 x^2 dx \geq \int_0^1 x^3 dx$.

B. Đạo hàm của $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{1+t}$ là $F'(x) = \frac{1}{1+x}$ $x > 0$.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-a; a]$ thì $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.

D. Nếu $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.

Câu 69. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và $\int_{-3}^0 f(x) dx = a$. Chọn mệnh đề đúng:

A. $\int_0^3 f(x) dx = -a$.

B. $\int_{-3}^3 f(x) dx = 2a$.

C. $\int_{-3}^3 f(x) dx = a$.

D. $\int_3^0 f(x) dx = a$.

Câu 70. Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng:

A. 29.

B. 5.

C. 19.

D. 9.

Câu 71. Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$. Khi đó $\int_5^2 [2 - 4f(x)] dx$ bằng:

A. 32.

B. 34.

C. 36.

D. 40.

Câu 72. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 1$ và $\int_1^4 f(t) dt = -3$. Giá trị của $\int_2^4 f(u) du$ là:

A. -2.

B. -4.

C. 4.

D. 2.

Câu 73. Cho hàm f liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_a^d f(x) dx = 10$, $\int_b^d f(x) dx = 8$, $\int_a^c f(x) dx = 7$.

Tính $I = \int_b^c f(x) dx$, ta được.

A. $I = -5$.

B. $I = 7$.

C. $I = 5$.

D. $I = -7$.

Câu 74. Cho biết $\int_1^3 f(x) dx = -2$, $\int_1^4 f(x) dx = 3$, $\int_1^4 g(x) dx = 7$.

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx = 10$.

B. $\int_3^4 f(x) dx = 1$.

C. $\int_4^3 f(x) dx = -5$.

D. $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)] dx = -2$.

Câu 75. Cho biết $A = \int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$ và $B = \int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$.



Giá trị của $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. $-\frac{5}{7}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 76. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x] dx$.

- A. $I = 7$ B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ C. $I = 3$ D. $I = 5 + \pi$

Câu 77. Giả sử A, B là các hằng số của hàm số $f(x) = A \sin \pi x + Bx^2$.

Biết $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Giá trị của B là:

- A. 1. B. Một đáp số khác. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 78. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính

$$I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$$

- A. $I = \frac{5}{2}$ B. $I = \frac{7}{2}$ C. $I = \frac{17}{2}$ D. $I = \frac{11}{2}$

Câu 79. Tính các hằng số A và B để hàm số $f(x) = A \sin \pi x + B$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện

$$f'(1) = 2 \text{ và } \int_0^2 f(x) dx = 4.$$

- A. $A = -\frac{2}{\pi}, B = 2$. B. $A = \frac{2}{\pi}, B = 2$.
C. $A = -\frac{2}{\pi}, B = -2$. D. $A = \frac{2}{\pi}, B = -2$.

Câu 80. Giá trị nào của b để $\int_1^b 2x - 6 dx = 0$?

- A. $b = 0$ hoặc $b = 3$. B. $b = 0$ hoặc $b = 1$.
C. $b = 5$ hoặc $b = 0$. D. $b = 1$ hoặc $b = 5$.

Câu 81. Cho $\int_1^a \frac{x+1}{x} dx = e$ với $a > 1$. Khi đó, giá trị của a thỏa mãn là:

- A. $\frac{1}{e}$. B. e . C. $\frac{e}{2}$. D. e^2 .

Câu 82. Để $\int_1^k k - 4x dx = 6 - 5k$ thì giá trị của k là:

- A. $k = 1$. B. $k = 2$. C. $k = 3$. D. $k = 4$.

Câu 83. Để $\int_0^x \left(\sin^2 t - \frac{1}{2} \right) dt = 0$, với $k \in \mathbb{Z}$ thì x thỏa:

- A. $x = k2\pi$. B. $x = k\pi$. C. $x = k\frac{\pi}{2}$. D. $x = 2k+1\pi$.

Câu 84. Nếu $\int_0^a \cos x + \sin x dx = 0$ $0 < a < 2\pi$ thì giá trị a bằng:

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. π .

Câu 85. Nếu $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$ với $c \in \mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng:

- A. 9. B. 6. C. 3. D. 81.

Câu 86. Nếu kết quả của $\int_1^2 \frac{dx}{x+3}$ được viết ở dạng $\ln \frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên và ước chung lớn nhất của a, b bằng 1. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $3a-b < 12$. B. $a+2b = 13$. C. $a-b > 2$. D. $a^2+b^2 = 41$.

Câu 87. Tính tích phân $\int_1^2 \left(\frac{1}{x-3} - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$, ta thu được kết quả ở dạng $a+b\ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $a^2+b^2 > 10$. B. $a > 0$. C. $a-b > 1$. D. $b-2a > 0$.

Câu 88. Kết quả của tích phân $\int_{-1}^0 \left(x+1 + \frac{2}{x-1} \right) dx$ được viết dưới dạng $a+b\ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khi đó $a+b$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 89. Biết rằng $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a\ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$.

Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $a < 5$. B. $b > 4$. C. $a^2+b^2 > 50$. D. $a+b < 1$.

Câu 90. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2-2x}{x+1} dx = a+b\ln 2 + c\ln 3$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $b > 0$. B. $c < 0$. C. $a < 0$. D. $a+b+c > 0$.

Câu 91. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{x-2}{x+2} dx = a+b\ln 2 + c\ln 3$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $b > 0$. B. $c > 0$. C. $a < 0$. D. $a+b+c > 0$.

Câu 92. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1,2 + \frac{t^2+4}{t+3}$ m/s. Quãng đường vật đó đi được trong 4 giây đầu tiên bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- A. 18,82 m. B. 11,81 m. C. 4,06 m. D. 7,28 m.

Câu 93. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây)

là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được là bao nhiêu?

- A. 24 (m/s) B. 108 (m/s). C. 18 (m/s) D. 64 (m/s)

Câu 94. Bạn Nam ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới và vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5$ m/s. Quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

- A. 36m. B. 252m. C. 1134m. D. 966m.

Câu 95. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 0,2 m. B. 2 m. C. 10 m. D. 20 m.

Câu 96. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây)

là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được

trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được là bao nhiêu ?

- A. 144 (m/s) B. 36 (m/s) C. 243 (m/s) D. 27 (m/s)

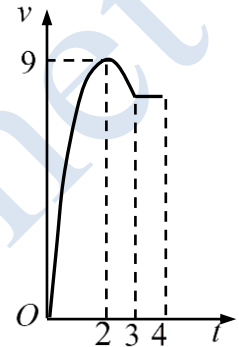
Câu 97. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc $a = 3t + t^2$ (m/s²). Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu ?

- A. $\frac{4000}{3}$ m. B. $\frac{4300}{3}$ m. C. $\frac{1900}{3}$ m. D. $\frac{2200}{3}$ m

Câu 98. Một vật chuyển động với vận tốc $v = t$ m/s, có gia tốc $v' = \frac{3}{t+1}$ m/s². Vận tốc ban đầu của vật là 6m/s. Vận tốc của vật sau 10 giây là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):

- A. 14m/s. B. 13m/s. C. 11m/s. D. 12m/s.

Câu 99. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó



- A. 26,5 (km) B. 28,5 (km) C. 27 (km) D. 24 (km)

Câu 100. Một đám vi trùng ngày thứ t có số lượng là $N \cdot t$. Biết rằng $N' = \frac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250.000 con. Sau 10 ngày số lượng vi trùng là (lấy xấp xỉ hàng đơn vị):

- A. 264.334 con. B. 257.167 con. C. 258.959 con. D. 253.584 con.

Câu 101. Gọi $h(t)$ cm là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h' = \frac{1}{5}\sqrt{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mực nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

- A. 2,33 cm. B. 5,06 cm. C. 2,66 cm. D. 3,33 cm.

Câu 102. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình

bên. Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.

- A. $s = 4,0$ (km)
B. $s = 2,3$ (km)
C. $s = 4,5$ (km)
D. $s = 5,3$ (km)

Câu 103. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 13 năm B. 14 năm C. 12 năm D. 11 năm

Câu 104. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Nếu $w'(t)$ là tốc độ tăng trưởng cân nặng/năm của một đứa trẻ, thì $\int_5^{10} w'(t) dt$ là sự cân nặng của đứa trẻ giữa 5 và 10 tuổi.

B. Nếu dầu rò rỉ từ một cái thùng với tốc độ $r(t)$ tính bằng galông/phút tại thời gian t , thì $\int_0^{120} r(t) dt$ biểu thị lượng galông dầu rò rỉ trong 2 giờ đầu tiên.

C. Nếu $r(t)$ là tốc độ tiêu thụ dầu của thế giới, trong đó t được bằng năm, bắt đầu tại $t=0$ vào ngày 1 tháng 1 năm 2000 và $r(t)$ được tính bằng thùng/năm, $\int_0^{17} r(t) dt$ biểu thị số lượng thùng dầu tiêu thụ từ ngày 1 tháng 1 năm 2000 đến ngày 1 tháng 1 năm 2017.

D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 105. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $s = 23,25$ (km)

B. $s = 21,58$ (km)

C. $s = 15,50$ (km)

D. $s = 13,83$ (km)

Câu 106. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2023

B. Năm 2022.

C. Năm 2021

D. Năm 2020

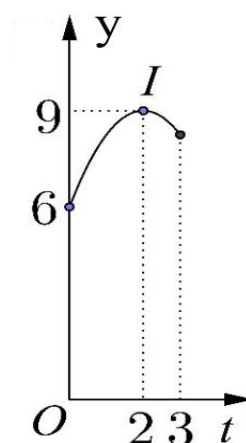
Câu 107. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

A. $s = 24,25$ (km)

B. $s = 26,75$ (km)

C. $s = 24,75$ (km)

D. $s = 25,25$ (km)



TÍNH TÍCH PHÂN = PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ LOẠI 1

1. Phương pháp đổi biến số

a) Phương pháp đổi biến số loại 1

Giả sử cần tính $I = \int_a^b f(x) dx$ ta thực hiện các bước sau

Bước 1. Đặt $x = u(t)$ (với $u(t)$ là hàm có đạo hàm liên tục trên $\alpha; \beta$, $f[u(t)]$ xác định trên $\alpha; \beta$ và $u(\alpha) = a, u(\beta) = b$) và xác định α, β .

Bước 2. Thay vào, ta có: $I = \int_{\alpha}^{\beta} f[u(t)] \cdot u'(t) dt = \int_{\alpha}^{\beta} g(t) dt = G(t) \Big|_{\alpha}^{\beta} = G(\beta) - G(\alpha)$.

Một số dạng thường dùng phương pháp đổi biến số loại 1

Dấu hiệu	Cách chọn
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \sin t \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $x = a \cos t \quad t \in 0; \pi$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = \frac{ a }{\sin t} \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \setminus 0$ $x = \frac{ a }{\cos t} \quad t \in 0, \pi \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$
$x^2 + a^2$	$x = a \tan t \quad t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 108. Đổi biến số $x = 4 \sin t$ của tích phân $I = \int_0^{\sqrt{8}} \sqrt{16 - x^2} dx$, ta được:

A. $I = -16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$.

B. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} 1 + \cos 2t dt$.

C. $I = 16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t dt$.

D. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} 1 - \cos 2t dt$.

Câu 109. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = 2 \sin t$ thì:

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$.

B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$.

C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$.

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$.

Câu 110. Đổi biến số $x = \sqrt{3} \tan t$ của tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{x^2 + 3} dx$, ta được:

A. $I = \sqrt{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} dt$.

B. $I = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dt}{t}$.

C. $I = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} t dt$.

D. $I = \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} dt$.

Câu 111. Cho tích phân $I = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^3} dx$. Nếu đổi biến số $x = \frac{1}{\sin t}$ thì:

A. $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$.

B. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t dt$.

C. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$.

D. $I = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 1 - \cos 2t dt$.

TÍNH TÍCH PHÂN = PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ LOẠI 2

b) Phương pháp đổi biến số loại 2

Tương tự như nguyên hàm, ta có thể tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số (ta gọi là loại 2) như sau:

Để tính tích phân $I = \int_a^b f(x) dx$ nếu $f(x) = g[u(x)] \cdot u'(x)$, ta có thể thực hiện phép đổi biến như sau

Bước 1. Đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x) dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = a \Rightarrow t = u(a) \\ x = b \Rightarrow t = u(b) \end{cases}$.

Bước 2. Thay vào ta có $I = \int_{u(a)}^{u(b)} g(t) dt = G(t) \Big|_{u(a)}^{u(b)}$.

Câu 112. Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(1-x) dx$.
 B. $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.
 C. $\int_0^\pi f(\sin x) dx = \pi \int_0^\pi f(\sin x) dx$.
 D. $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx$.

Câu 113. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- A. $I = 6$ B. $I = 36$ C. $I = 2$ D. $I = 4$

Câu 114. Nếu $f(x)$ liên tục và $\int_0^4 f(x) dx = 10$, thì $\int_0^2 f(2x) dx$ bằng:

- A. 5. B. 29. C. 19. D. 9.

Câu 115. Hàm số $y = f(x)$ có nguyên hàm trên $[a; b]$ đồng thời thỏa mãn $f(a) = f(b)$. Lựa chọn phương án đúng:

- A. $\int_a^b f'(x) e^{f(x)} dx = 0$.
 B. $\int_a^b f'(x) e^{f(x)} dx = 1$.
 C. $\int_a^b f'(x) e^{f(x)} dx = -1$.
 D. $\int_a^b f'(x) e^{f(x)} dx = 2$.

Câu 116. Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$. Xét các mệnh đề:

- I. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f(\sin x) dx = \int_0^1 f(x) dx$.
 II. $\int_0^1 \frac{f(e^x)}{e^x} dx = \int_1^e \frac{f(x)}{x^2} dx$.
 III. $\int_0^a x^3 f(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_0^{a^2} xf(x) dx$.

Các mệnh đề đúng là:

- A. Chỉ I. B. Chỉ II. C. Chỉ III. D. Cả I, II và III.

Câu 117. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên $[-a; a]$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.
 B. $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.
 C. $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_{-a}^0 f(x) dx$.
 D. $\int_{-a}^a f(x) dx = -2 \int_0^a f(x) dx$.

Câu 118. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và $\int_{-2}^0 f(x) dx = 2$. Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx$ là:

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 119. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và $\int_{-1}^0 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_{-1}^1 f(x) dx$ là:

- A. 3. B. 2. C. 6. D. -3.

Câu 120. Tính tích phân $I = \int_0^2 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$.

- A. $\frac{16}{9}$. B. $-\frac{16}{9}$. C. $\frac{52}{9}$. D. $-\frac{52}{9}$.

Câu 121. Cho $I = \int_1^2 2x \sqrt{x^2 - 1} dx$ và $u = x^2 - 1$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:



A. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. C. $I = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3$. D. $I = 2\sqrt{3}$.

Câu 122. Biến đổi $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx$ thành $\int_1^2 f(t) dt$, với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = 2t^2 - 2t$. B. $f(t) = t^2 + t$. C. $f(t) = t^2 - t$. D. $f(t) = 2t^2 + 2t$.

Câu 123. Cho tích phân $I = \int_1^{\sqrt{5}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx$. Nếu đổi biến số $t = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ thì:

A. $I = -\int_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{t^2 dt}{t^2 - 1}$. B. $I = \int_2^3 \frac{t^2 dt}{t^2 + 1}$. C. $I = \int_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{t^2 dt}{t^2 - 1}$. D. $I = \int_2^3 \frac{t dt}{t^2 + 1}$.

Câu 124. Kết quả của tích phân $I = \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3}}$ có dạng $I = a \ln 2 + b \ln \sqrt{2} - 1 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của a bằng:

A. $a = \frac{1}{3}$. B. $a = -\frac{1}{3}$. C. $a = -\frac{2}{3}$. D. $a = \frac{2}{3}$.

Câu 125. Biết rằng $I = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx = \ln a$ với $a \in \mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của a bằng:

A. $a = 2$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = \sqrt{2}$. D. $a = 4$.

Câu 126. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mđ nào dưới đây đúng?

A. $a+b=2$. B. $a-2b=0$. C. $a+b=-2$. D. $a+2b=0$.

Câu 127. Cho $2\sqrt{3}m - \int_0^1 \frac{4x^3}{x^4+2} dx = 0$. Khi đó $144m^2 - 1$ bằng:

A. $-\frac{2}{3}$. B. $4\sqrt{3}-1$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. Kết quả khác.

Câu 128. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$.

A. $I = 2$. B. $I = \frac{\ln^2 2}{2}$. C. $I = \ln 2$. D. $I = -\frac{\ln^2 2}{2}$.

Câu 129. Đổi biến $u = \ln x$ thì tích phân $I = \int_1^e \frac{1-\ln x}{x^2} dx$ thành:

A. $I = \int_1^0 1-u du$. B. $I = \int_0^1 1-u e^{-u} du$. C. $I = \int_1^0 1-u e^u du$. D. $I = \int_1^0 1-u e^{2u} du$.

Câu 130. Cho $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$ và $t = \sqrt{1+3\ln x}$.

Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$. B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$. C. $I = \frac{2}{9} t^3 \Big|_1^2$. D. $I = \frac{14}{9}$.

Câu 131. Biến đổi $\int_1^e \frac{\ln x}{x \ln x + 2} dx$ thành $\int_2^3 f(t) dt$, với $t = \ln x + 2$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?



A. $f(t) = \frac{2}{t^2} - \frac{1}{t}$. B. $f(t) = -\frac{1}{t^2} + \frac{2}{t}$. C. $f(t) = \frac{2}{t^2} + \frac{1}{t}$. D. $f(t) = -\frac{2}{t^2} + \frac{1}{t}$.

Câu 132. Kết quả của tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x \ln^2 x + 1} dx$ có dạng $I = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2a + b = 1$. B. $a^2 + b^2 = 4$. C. $a - b = 1$. D. $ab = 2$.

Câu 133. Tính tích phân $I = \int_0^1 x e^{x^2} dx$.

A. $I = \frac{e}{2}$. B. $I = \frac{e+1}{2}$. C. $I = \frac{e-1}{2}$. D. $I = e$.

Câu 134. Cho $I = \int_0^{\ln 2} e^x \sqrt{e^x - 1} dx$ và $t = \sqrt{e^x - 1}$.

Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $I = 2 \int_0^1 t^2 dt$. B. $I = \int_0^1 t^2 dt$. C. $I = \frac{2t^3}{3} \Big|_0^1$. D. $I = \frac{2}{3}$.

Câu 135. Biến đổi $\int_0^{\ln 3} \frac{dx}{e^x + 1}$ thành $\int_1^3 f(t) dt$, với $t = e^x$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = \frac{1}{t^2 - t}$. B. $f(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t+1}$. C. $f(t) = \frac{1}{t+1} - \frac{1}{t}$. D. $f(t) = \frac{1}{t^2 + t}$.

Câu 136. Tìm a biết $I = \int_{-1}^2 \frac{e^x dx}{2 + e^x} = \ln \frac{ae + e^3}{ae + b}$ với a, b là các số nguyên dương.

A. $a = \frac{1}{3}$. B. $a = -\frac{1}{3}$. C. $a = 2$. D. $a = -2$.

Câu 137. Để tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx$ ta chọn cách đặt nào sau đây cho phù hợp?

A. Đặt $t = e^{\sin x}$. B. Đặt $t = \sin x$. C. Đặt $t = \cos x$. D. Đặt $t = e^x$.

Câu 138. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin x \cos^3 x dx$.

Nếu đổi biến số $t = \sin^2 x$ thì:

A. $I = \frac{1}{2} \int_0^1 e^t (1-t) dt$. B. $I = 2 \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 t e^t dt \right]$.

C. $I = 2 \int_0^1 e^t (1-t) dt$. D. $I = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 t e^t dt \right]$.

Câu 139. Biến đổi $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$ thành $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t) dt$, với $t = \sin^2 x$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = e^t \sin 2t$. B. $f(t) = e^t$. C. $f(t) = e^t \sin t$. D. $f(t) = \frac{1}{2} e^t$.

Câu 140. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \sin x dx$.

A. $I = -\frac{1}{4} \pi^4$. B. $I = -\pi^4$. C. $I = 0$. D. $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 141. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx$.

A. $I = \frac{\pi^4}{64}$. B. $I = \frac{15}{4}$. C. $I = \frac{31}{4}$. D. $I = \frac{7}{4}$.

Câu 142. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6 \tan x}{\cos^2 x \sqrt{3 \tan x + 1}} dx$. Giả sử đặt $u = \sqrt{3 \tan x + 1}$ thì ta được:

A. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 2u^2 + 1 du$. B. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 u^2 + 1 du$.
C. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 u^2 - 1 du$. D. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 2u^2 - 1 du$.

Câu 143. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 - \cos x^n \sin x dx$ bằng:

A. $I = \frac{1}{n+1}$. B. $I = \frac{1}{n-1}$. C. $I = \frac{1}{2n}$. D. $I = \frac{1}{n}$.

Câu 144. Nếu $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$ thì n bằng:

A. $n = 3$. B. $n = 4$. C. $n = 6$. D. $n = 5$.

TÍNH TÍCH PHÂN = PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

2. Phương pháp tích phân từng phần

Cho hai hàm số u và v liên tục trên a, b và có đạo hàm liên tục trên a, b .

Khi đó: $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$.

Một số tích phân các hàm số dễ phát hiện u và dv

Dạng 1	$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) \ln[g(x)] dx$	Đặt $\begin{cases} u = \ln[g(x)] \\ dv = f(x) dx \end{cases}$
Dạng 2	$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix} dx$	Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix} dx \end{cases}$
Dạng 3	$\int_{\alpha}^{\beta} e^{ax} \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \end{bmatrix} dx$	Đặt $\begin{cases} u = \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \end{bmatrix} \\ dv = e^{ax} dx \end{cases}$

Câu 145. Tính tích phân $I = \int_1^2 \ln t dt$. Chọn khẳng định **sai**?

A. $I = 2 \ln 2 - 1$. B. $\ln \frac{4}{e}$. C. $\ln 4 - \log 10$. D. $\ln 4e$.

Câu 146. Biết $I = \int_1^a \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln 2$. Giá trị của a bằng:

A. 2. B. $\ln 2$. C. 4. D. 8.

Câu 147. Kết quả của tích phân $I = \int_2^3 \ln x^2 - x dx$ được viết ở dạng $I = a \ln 3 - b$ với a, b là các số



nguyên. Khi đó $a - b$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

Câu 148. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$. C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$. D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$.

Câu 149. Khẳng định nào sau đây **đúng** về kết quả $\int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$?

- A. $ab = 64$. B. $ab = 46$. C. $a - b = 12$. D. $a - b = 4$.

Câu 150. Kết quả của tích phân $I = \int_0^1 x \ln(2 + x^2) dx$ được viết ở dạng $I = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Hỏi tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

- A. 0 . B. 1 . C. $\frac{3}{2}$. D. 2 .

Câu 151. Cho $I = \int_1^e \ln \frac{k}{x} dx$. Xác định k để $I < e - 2$.

- A. $k < e + 2$. B. $k < e$. C. $k > e + 1$. D. $k < e - 1$.

Câu 152. Tính tích phân $I = \int_0^1 x 2^x dx$.

- A. $I = \frac{2 \ln 2 - 1}{\ln^2 2}$. B. $I = \frac{2 \ln 2 - 1}{\ln 2}$. C. $I = \frac{2 \ln 2 + 1}{\ln^2 2}$. D. $I = \frac{2 \ln 2 + 1}{\ln 2}$.

Câu 153. Kết quả tích phân $I = \int_0^1 (2x + 3) e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a - b = 2$. B. $a^3 + b^3 = 28$. C. $ab = 3$. D. $a + 2b = 1$.

Câu 154. Tích phân $\int_0^{\sqrt{a}} (x - 1) e^{2x} dx = \frac{3 - e^2}{4}$. Giá trị của $a > 0$ bằng:

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 155. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin 2x dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = \frac{\pi}{2}$. C. $I = \frac{1}{4}$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 156. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x + 2m dx = 1 + \pi^2$. Giá trị của tham số m là:

- A. 5 . B. 3 . C. 4 . D. 6 .

Câu 157. Cho $\frac{\pi}{m} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = 1$. Khi đó $9m^2 - 6$ bằng:

- A. 3 . B. 30 . C. -3 . D. -30 .

Câu 158. Kết quả của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx$ được viết ở dạng $\pi \left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $a + 2b = 8$. B. $a + b = 5$. C. $2a - 3b = 2$. D. $a - b = 2$.

Câu 159. Với $t \in (-1; 1)$ ta có $\int_0^t \frac{dx}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2} \ln 3$. Khi đó giá trị t là:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. 0 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 160. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot e^{\sin x} dx$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=1 \end{cases} \Rightarrow I = 2 \int_0^1 te^t dt$.

Bước 2: Chọn $\begin{cases} u=t \\ dv=e^t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dt \\ v=e^t \end{cases}$. Suy ra $\int_0^1 te^t dt = te^t \Big|_0^1 - \int_0^1 e^t dt = e - e^t \Big|_0^1 = 1$.

Bước 3: $I = 2 \int_0^1 te^t dt = 2$.

Hỏi bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

- A. Bài giải trên sai từ Bước 1. B. Bài giải trên sai từ Bước 2.
C. Bài giải trên hoàn toàn đúng. D. Bài giải trên sai từ Bước 3.

Câu 161. Cho $I = \int_0^{\pi} e^x \cos^2 x dx$, $J = \int_0^{\pi} e^x \sin^2 x dx$ và $K = \int_0^{\pi} e^x \cos 2x dx$. Khẳng định nào **đúng** trong các khẳng định sau?

- (I). $I + J = e^{\pi}$. (II). $I - J = K$. (III). $K = \frac{e^{\pi} - 1}{5}$.
A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Chỉ (III). D. Cả (II) và (III).

Câu 162. Cho $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x} dx$ với $n \in \mathbb{N}$. Giá trị của $I_0 + I_1$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

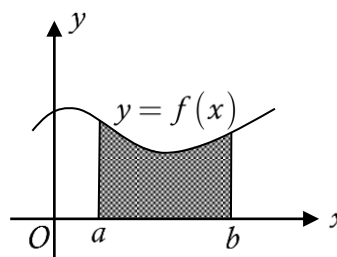
TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

1. Tính diện tích hình phẳng

Định lý.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $a; b$. Khi đó diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là:

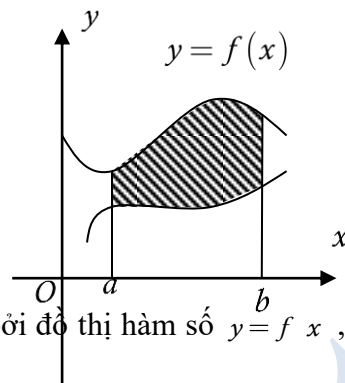
$$S = \int_a^b f(x) dx.$$



Bài toán 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $a; b$. Khi đó diện tích S của hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; trục hoành Ox ($y = 0$) và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Bài toán 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$; $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

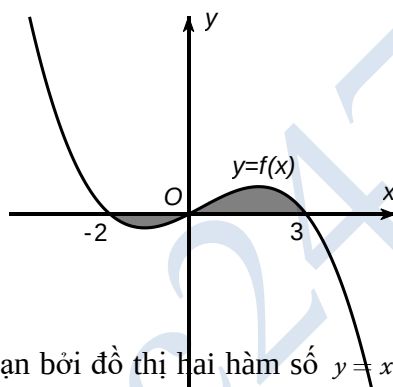


Câu 163. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) là:

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 164. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là:

A. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.
 B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.
 C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.
 D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$.



Câu 165. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 + 2x$ và $y = 3x^2$ được tính theo công thức:

A. $S = \int_0^2 x^3 - 3x^2 + 2x dx$. B. $S = \int_0^1 x^3 - 3x^2 + 2x dx - \int_1^2 x^3 - 3x^2 + 2x dx$.
 C. $\int_0^2 -x^3 + 3x^2 - 2x dx$. D. $S = \int_0^1 x^3 - 3x^2 + 2x dx + \int_1^2 x^3 - 3x^2 + 2x dx$.

Câu 166. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$ là:

A. $S = 2$. B. $S = 3$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = \frac{1}{6}$.

Câu 167. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $S = \frac{37}{12}$. B. $S = \frac{9}{4}$. C. $S = \frac{81}{12}$. D. $S = 13$.

Câu 168. Kết quả của diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ có dạng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó mối liên hệ giữa a và b là:

A. $a - b = 2$. B. $a - b = 3$. C. $a - b = -2$. D. $a - b = -3$.

Câu 169. Kết quả của việc tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $C : y = x^4 - 2x^2 + 1$ và trục Ox gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $S = \frac{1}{2}$. B. $S = 1$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = 2$.

Câu 170. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{1+x^2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ là:

A. $S = \frac{1}{3}$. B. $S = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$. C. $S = \frac{2\sqrt{2}+1}{3}$. D. $S = 2\sqrt{2}-1$.

Câu 171. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$ và $x - 2y = 0$ bằng với diện tích hình nào

sau đây:

- A. Diện tích hình vuông có cạnh bằng 2 .
 B. Diện tích hình chữ nhật có chiều dài, chiều rộng lần lượt 5 và 3 .
 C. Diện tích hình tròn có bán kính bằng 3 .

D. Diện tích toàn phần khối tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 172. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x+1}$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 4$ là:

- A. $S = -\frac{8}{5}$. **B.** $S = \frac{8}{5}$. C. $S = \frac{2}{25}$. D. $S = \frac{4}{25}$.

Câu 173. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$.

- A.** $S = \frac{e^2 + 1}{4}$. B. $S = \frac{e^2 + 1}{6}$. C. $S = \frac{e^2 + 1}{8}$. D. $S = \frac{e^2 + 1}{2}$.

Câu 174. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x + x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$ là:

- A. $S = e + \frac{1}{2}$. **B.** $S = e - \frac{1}{2}$. C. $S = e + 1$. D. $S = e - 1$.

Câu 175. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x + x$, $x - y + 1 = 0$ và $x = \ln 5$ là:

- A. $S = 5 + \ln 4$. B. $S = 5 - \ln 4$. C. $S = 4 + \ln 5$. **D.** $S = 4 - \ln 5$.

Câu 176. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e + 1 \cdot x$ và $y = 1 + e^x \cdot x$. Giá trị S cần tìm là:

- A. $S = \frac{e+2}{2}$. B. $S = \frac{e}{2}$. **C.** $S = \frac{e-2}{2}$. D. $S = \frac{e-2}{4}$.

Câu 177. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x + 1}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \ln 3$, $x = \ln 8$ nhận giá trị nào sau đây:

- A. $S = 2 + \ln \frac{2}{3}$. **B.** $S = 2 + \ln \frac{3}{2}$. C. $S = 3 + \ln \frac{3}{2}$. D. $S = 2 - \ln \frac{3}{2}$.

Câu 178. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $P : y = x^2 - 2x + 2$, tiếp tuyến với nó tại điểm $M(3;5)$ và trục Oy là giá trị nào sau đây?

- A. $S = 4$. B. $S = 27$. **C.** $S = 9$. D. $S = 12$.

Câu 179. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 2$ có đồ thị C . Phương trình tiếp tuyến của C tại điểm có hoành độ bằng 3 có đồ thị Δ . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị C , đường thẳng Δ và trục tung. Giá trị của S là:

- A.** $S = 9$. B. $S = \frac{9}{2}$. C. $S = \frac{9}{4}$. D. $S = \frac{9}{10}$.

Câu 180. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4 - \frac{1}{x^2}$, đường thẳng $y = -1$, đường thẳng $y = 1$ và trục tung được tính như sau:

- A. $S = \int_{-1}^1 \left(4 - \frac{1}{x^2}\right) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 \left|4 - \frac{1}{x^2}\right| dx$.
C. $S = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{4-y}} dy$. D. $S = \int_{-1}^1 \frac{-1}{\sqrt{4-y}} dy$.

Câu 181. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong có phương trình $x - y^2 = 0$ và $x + 2y^2 - 12 = 0$ bằng:

- A. $S = 15$. **B.** $S = 32$. C. $S = 25$. D. $S = 30$.

Câu 182. Với giá trị nào của a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $C : y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường tiệm cận

xiên của C và hai đường thẳng $x=a, x=2a$ $a>1$ bằng $\ln 3$?

- A. $a=1$. B. $a=2$. C. $a=3$. D. $a=4$.

TÍNH THỂ TÍCH VẬT TRÒN XOAY

2. Tính thể tích khối tròn xoay

a) Tính thể tích của vật thể

Định lý.

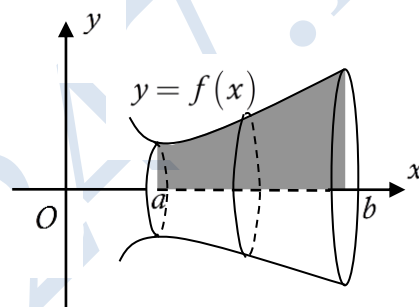
Cắt một vật thể C bởi hai mặt phẳng P và Q vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x=a, x=b$ $a < b$. Một mặt phẳng bất kỳ vuông góc với Ox tại điểm x $a \leq x \leq b$ cắt C theo một thiết diện có diện tích $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích của vật thể C giới hạn bởi hai mặt phẳng

P và Q được tính theo công thức $V = \int_a^b S(x) dx$.

b) Tính thể tích vật tròn xoay

Bài toán 1. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay miền D được giới hạn bởi các đường $y=f(x); y=0; x=a; x=b$ quanh trục Ox được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$



Chú ý: Nếu hình phẳng D được giới hạn bởi các đường $y=f(x); y=g(x)$ và hai đường $x=a; x=b$ (với $f(x), g(x) \geq 0, \forall x \in [a; b]$) thì thể tích khối tròn xoay sinh bởi khi quay D quanh trục Ox được tính bởi

công thức $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$.

Bài toán 2. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $x=g(y)$, trục tung và hai đường $y=a, y=b$ quanh trục Oy được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b g^2(y) dy.$$

Câu 183. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a, x=b$ $a < b$, xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.
C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

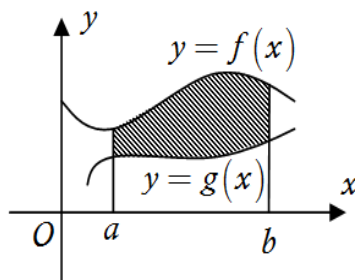
Câu 184. Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?

- A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

B. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$



Câu 185. Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a, x = b$ ($a < b$), có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là $S(x)$.

A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

B. $V = \pi \int_a^b |S(x)| dx.$

C. $V = \int_a^b S(x) dx.$

D. $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx.$

Câu 186. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Viết kí hiệu H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x - 1 - e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình H xung quanh trục Ox .

A. $V = 4 - 2e.$

B. $V = 4 - 2e\pi.$

C. $V = e^2 - 5.$

D. $V = e^2 - 5\pi.$

Câu 187. Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9 - x^2}$, bằng:

A. $V = 3.$

B. $V = 18.$

C. $V = 20.$

D. $V = 22.$

Câu 188. Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x \in (0; 2)$ là một phần tư đường tròn bán kính $\sqrt{2}x^2$, ta được kết quả nào sau đây?

A. $V = 32\pi.$

B. $V = 64\pi.$

C. $V = \frac{16}{5}\pi.$

D. $V = 8\pi.$

Câu 189. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \pi - 1$

B. $V = (\pi - 1)\pi$

C. $V = (\pi + 1)\pi$

D. $V = \pi + 1$

Câu 190. Hình phẳng C giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, trục tung và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $(1; 2)$, khi quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng:

A. $V = \frac{4}{5}\pi.$

B. $V = \frac{28}{15}\pi.$

C. $V = \frac{8}{15}\pi.$

D. $V = \pi.$

Câu 191. Khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $P: y = 2x - x^2$ và trục Ox sẽ có thể tích là:

A. $V = \frac{16\pi}{15}.$

B. $V = \frac{11\pi}{15}.$

C. $V = \frac{12\pi}{15}.$

D. $V = \frac{4\pi}{15}.$

Câu 192. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2(\pi + 1)$

B. $V = 2\pi(\pi + 1)$

C. $V = 2\pi^2$

D. $V = 2\pi$

Câu 193. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V



bằng bao nhiêu ?

- A. $V = \frac{\pi e^2}{2}$ B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$ C. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$ **D. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$**

Câu 194. (TRÍCH ĐỀ THPT QG 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

- A. $V = \frac{4\pi}{3}$** B. $V = 2\pi$ C. $V = \frac{4}{3}$ D. $V = 2$

Câu 195. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = 2x - x^2$ và $y = x$ khi quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng:

- A. $V = \frac{\pi}{3}$.** B. $V = \frac{\pi}{4}$. **C. $V = \frac{\pi}{5}$.** D. $V = \pi$.

Câu 196. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các parabol $y = 4 - x^2$ và $y = 2 + x^2$ quay quanh trục Ox là kết quả nào sau đây?

- A. $V = 10\pi$.** B. $V = 12\pi$. C. $V = 14\pi$. **D. $V = 16\pi$.**

Câu 197. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $4y = x^2$, $y = x$ qua quanh trục hoành bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{124\pi}{15}$.** B. $V = \frac{126\pi}{15}$. **C. $V = \frac{128\pi}{15}$.** D. $V = \frac{131\pi}{15}$.

Câu 198. Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = -x$ và $x = 4$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình H quanh trục hoành nhận giá trị nào sau đây:

- A. $V = \frac{41\pi}{3}$.** B. $V = \frac{40\pi}{3}$. C. $V = \frac{38\pi}{3}$. **D. $V = \frac{41\pi}{2}$.**

Câu 199. Thể tích của khối tròn xoay tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $C : y = \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$ là:

- A. $V = \pi e - 2$.** B. $V = \pi e - 1$. C. $V = \pi e$. **D. $V = \pi e + 1$.**

Câu 200. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = -x + 2$, $y = 0$ quay quanh trục Oy , có giá trị là kết quả nào sau đây?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi$.** B. $V = \frac{3}{2}\pi$. **C. $V = \frac{32}{15}\pi$.** D. $V = \frac{11}{6}\pi$.

-----Chúc các em ôn thi đạt kết quả cao-----

HOC247

Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website **HOC247** cung cấp một môi trường **học trực tuyến** sinh động, nhiều **tiện ích thông minh**, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những **giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm** đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bị – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ **GV Giỏi, Kinh nghiệm** từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa **luyện thi THPTQG** các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi **HSG lớp 9** và **luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán** các trường *PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An* và các trường Chuyên khác cùng *TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn.*

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn **Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học và Tổ Hợp** dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: *TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn* cùng đội HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

*HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí*

- **HOC247 NET:** Website học miễn phí các bài học theo **chương trình SGK** từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm miễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh **Youtube** cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.